

CURE Rocha

Nota:

Tecnólogo en Telecomunicaciones

Unidad curricular: Matemática 2

Nombre y CI: \_\_\_\_\_

---

## Examen

08/08/2019

---

El examen tiene una duración de 3:30 horas y un total de 100 puntos, se aprueba con al menos 60 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

### Ejercicio 1 (30%)

NOTA: Se pide representar gráficamente todos los resultados de las partes 1.) y 2.)

1.) Sean  $z_1 = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{6}}$  y  $z_2 = 1 - i$  dos números complejos. Calcular:

(a) El opuesto y conjugado de  $z_1$  y de  $z_2$  respectivamente.

(b)  $z_1 \times z_2$  y  $\frac{z_1}{z_2}$ .

2.) Expresar en notación binomial a  $z = i^3 \times (i - 2)^2 \times i^{26}$  y determinar  $\|z\|$ .

3.) Sea  $\mathcal{P}_n(x)$  polinomio de grado  $n$  ¿cuántas raíces tiene (reales o complejas)? Describa las posibles combinaciones de raíces para un polinomio de grado 3,  $\mathcal{P}_3(x)$ .

4.) Descomponga en fracciones simples:

$$\frac{2x^3 - 4x - 8}{(x^2 - x)(x^2 + 4)}$$

### Ejercicio 2 (35%)

1.) Definir punto de acumulación  $a \in \mathbb{R}^n$  para un conjunto  $A$  en  $\mathbb{R}^n$ .

2.) Defina punto crítico  $a \in \mathbb{R}^2$  para  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  y enuncie el criterio de clasificación de puntos críticos.

3.) Estudiar máximos y mínimos de  $g(x, y) = x^2 + y^2$  y  $h(x, y) = 3 - x^2 + y^2$  sin utilizar el criterio de clasificación. Justifique.

4.) Halle los puntos críticos de  $f(x, y) = x^2 + y^2 + x + y + xy$ . Clasifíquelos.

**Ejercicio 3 (35%)**

1.) Sean  $r_1$  y  $r_2$  rectas en  $\mathbb{R}^3$ , explique y bosqueje las posiciones relativas que  $r_1$  y  $r_2$  pueden tener en el espacio.

2.) Sea  $r_1 \in \mathbb{R}^3$  determinada por los puntos  $A = (-1, 1, 0)$  y  $B = (3, 2, 1)$ , escribir las ecuaciones paramétricas e implícitas asociadas a  $r_1$ .

3.) Considera además  $r_2 \in \mathbb{R}^3$  definida por las siguientes ecuaciones paramétricas, con  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} x = 3 + 4\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

¿Son los vectores directores de  $r_1$  y  $r_2$  combinación lineal uno del otro? Determinar la posición relativa entre  $r_1$  y  $r_2$ .

4.) Definir producto escalar entre dos vectores de  $\mathbb{R}^3$ .

5.) Hallar una expresión para el ángulo entre las rectas  $r_1$  y  $r_2$ .