Examen

4/8/2022

La prueba tiene una duración de 3 horas y un total de 100 puntos. Se aprueba con al menos 60 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

Ejercicio 1

1.) Dado un complejo $z \in \mathbb{C}$, escribir de forma exponencial y binomial a z y $\overline{z}$. Explicar **cada** componente de las notaciones y describir cómo pasar de una notación a la otra.

2.) Dados los complejos $z_1 = -3i$ y $z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ hallar suma, multiplicación y división. Representar los resultados en el plano complejo indicando módulo y argumento.

3.) Sea $z_3 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$, ¿cuál es el coseno y seno de su argumento?

4.) Enunciar el teorema de descomposición en fracciones simples.

5.) Descomponer el siguiente polinomio en fracciones simples:

$$\frac{x-2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

Ejercicio 2

1.) Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, defina continuidad en $\mathbb{R}^{\rtimes}$.

Dadas $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ y $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ continuas, enuncie dos propiedades que cumplen estas funciones Dar dos ejemplos de funciones continuas en R^3.

2.) Dada $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, hallar los puntos críticos de:

$$f(x, y) : x^2 + 2y^2 - 4x + 4y$$

3.) Enunciar el criterio de clasificación de puntos críticos de la matriz Hessiana.

4.) Dadas $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ hallar los puntos críticos de la función y clasifíquelos:

$$xy^2 + x^2y + xy$$

Ejercicio 3

1.) Dada una matriz $A \in \mathcal{M}_{n\times n}$. Defina matriz A simétrica. Sean $B \in \mathcal{M}_{n\times m}$ y $C \in \mathcal{M}_{k\times l}$ ¿qué condición deben cumplir B y C para que sean multiplicables? Mencionar una propiedad que cumpla el producto $B \times C$ y una que no se cumpla.

2.) Sea $M \in \mathcal{M}_{4\times 4}$. Hallar el determinante de M:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 5 \\ 13 & 1 & 27 & 11 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

3.) Sea $N \in \mathcal{M}_{3\times 3}$ enuncie la condición para que exista la inversa de N. Hallar la inversa de N:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

4.) Explicar los tipos de soluciones que poseen los sistemas de ecuaciones.

5.) Resolver el siguiente sistema.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ -4x + 3y - z = -1 \\ 2x - 4y + z = -3 \end{cases}$$

.

6.) Sea U un conjunto de vectores $v_i \in \mathbb{R}^3$, argumentar si es linealmente independiente o dependiente:

$$U = \{(1,-2,5),(7,1,7),(4,7,-8)\}$$

ϕ	sinϕ	cosϕ	tanϕ
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	—-