

---

# Examen

Diciembre 2022

---

La prueba tiene una duración de 3 horas y un total de 100 puntos. Se aprueba con al menos 60 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

## Ejercicio 1 Recta y plano

- 1.) Defina producto vectorial y escalar entre dos vectores
- 2.) Halle el producto vectorial entre  $v$  y  $w$ . Qué ángulo forman? SE VIÓ QUE PDTO VECTORIAL ES  $\text{MODULO} \cdot \text{MODULO} \cdot \text{SENO} \cdot n$ ?

$$v = (1, 0, -1), w = (0, -2, 2)$$

- 3.) Determine si los siguientes vectores son perpendiculares

$$\vec{v} = (1, -5, 2), \vec{w} = (3, 1, 1)$$

- 4.) Halle la intersección entre los siguientes planos

$$\pi_1 = \begin{cases} x = 1 + \lambda + \mu \\ y = 2\lambda + \mu \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$
$$\pi_2 = \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - \lambda - \mu \\ z = \mu \end{cases}$$

## Ejercicio 2 Números complejos

- 1.) Dado un polinomio de grado 3, cuántas raíces tendrá? ¿Podría tener tres raíces complejas? Mencione las combinaciones de raíces reales-complejas que podrían haber.
- 2.) Dados los complejos  $a = 2i - 1$  y  $b = 3e^{-i\frac{\pi}{4}}$  hallar suma multiplicación y división. Representar en el plano.
- 3.) Descomponer el siguiente polinomio en fracciones simples:

$$\frac{x - 2}{x^3 + x^2 - x - 1}$$

## Ejercicio 3 Transformada de Laplace

- 1.) Defina Transformada de Laplace
- 2.) Halle la transformada de Laplace de la siguiente función:

$$f(t) = e^{-at}u(t), a > 0, a \in \mathbb{R}$$

- 3.) Hallar  $x(t)$  dada

$$X(s) = \frac{s - 3}{s^2 + s - 6}, ROC : Re(s) > 2$$

$\phi$	$\sin\phi$	$\cos\phi$	$\tan\phi$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	—