
Segundo parcial

15/07/2021

El parcial tiene una duración de 3 horas. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

Ejercicio 1 (35%)

- 1.) Enunciar tres propiedades que cumplan los números complejos.
- 2.) Sea $z \in \mathbb{C}$, con $z = 2 - 2i$, calcular \bar{z} , $-z$ y $\frac{\bar{z}}{-z}$. Expresar los resultados en notación polar.
- 3.) Grafique los resultados anteriores, indicando en el diagrama argumento y módulo.
- 4.) Calcular $\frac{z^2 + i^{123}}{z}$, escribir el resultado en notación binomial.
- 5.) Escriba el teorema de descomposición en fracciones simples (con **todos** sus casos posibles).
- 6.) Descomponga en fracciones simples

$$\frac{1}{(x-2)^2(x^2+1)}$$

Ejercicio 2 (35%)

Se considera las funciones $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y $g(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

- 1.) Bosqueje en un sistema de ejes espacial (x, y, z) la imagen de la función $g(x, y) = x^2 + y^2$.
- 2.) Escriba la expresión genérica para el gradiente de $f(x, y)$.
- 3.) Defina máximo y mínimo relativo de $f(x, y)$, en un punto de su dominio, $a \in \mathbb{R}^2$.
- 4.) Si $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3y^2 - 3x^2 + 11$. Halle sus puntos críticos y clasifíquelos.

Ejercicio 3 (30%)

- 1.) Defina transformada de Laplace y la función escalón de Heaviside $u(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- 2.) Calcule la transformada de Laplace de $x(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $x(t) = -t\cos(t)u(t)$. Enuncie las propiedades de la transformada que utilice.
- 3.) Hallar la antitransformada de Laplace de la función $X(s) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ para $Re\{s\} > 4$:

$$X(s) = \frac{2}{s^2 - 3s - 4}$$