

---

## Segundo parcial

2/7/2022

---

La prueba tiene una duración de 3 horas y un total de 50 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

### Ejercicio 1

- 1.) Dado  $z \in \mathbb{C}$  escriba la notación binomial y exponencial de  $z$ . Explique mediante ecuaciones la equivalencia entre las dos notaciones.
- 2.) Dados los complejos  $a = 3e^{\frac{i\pi}{2}}$  y  $b = 2e^{-\frac{i\pi}{4}}$ : hallar la suma  $z_1 = a + b$ , multiplicación  $z_2 = a \times b$  y división  $z_3 = \frac{a}{b}$ .
- 3.) Representar  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  en el plano complejo, indicando módulo y argumento.
- 4.) Dibuje en el plano complejo los siguientes números:
  - $e^{i\frac{\pi}{4}}$
  - $e^{i\frac{\pi}{3}}$
  - $e^{i\frac{2\pi}{3}}$
  - $e^{i\frac{\pi}{2}}$
  - $e^{i\frac{3\pi}{2}}$
  - $e^{-i\frac{\pi}{2}}$
- 5.) A partir de la parte anterior deduzca en qué región del plano complejo pueden estar los siguientes números para  $\omega$  genérico:
  - $e^{i\omega}$
  - $2e^{i\omega}$

- $2 + 2e^{i\omega}$
- $2e^{-\frac{i\pi}{4}} + 2e^{i\omega}$

6.) Dado el polinomio  $P(x) \in \mathcal{P}$  justifique si se puede aplicar el teorema de descomposición en fracciones simples. En caso afirmativo, descomponga  $P(x)$  en fracciones simples.

$$P(x) = \frac{2x^2 - 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$$

### Ejercicio 2

- 1.) Hallar los puntos críticos de  $f(x, y)$ ,  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , siendo  $f(x, y) = \text{sen}(2x + yx)$ .
- 2.) Dada  $h(X)$ ,  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , siendo  $h(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ , halle sus puntos críticos y clasifíquelos con el criterio de la hessiana.
- 3.) Sea  $g(x, y)$ ,  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , siendo  $g(x, y) = 3 - (x^2 + y^2)$ . ¿La función tiene máximo y/o mínimo absoluto? De tenerlos, ¿cuáles son? Se sugiere bosquejar la imagen de la función en el espacio.

### Ejercicio 3

- 1.) A partir de la definición de Transformada de Laplace, halle la transformada de  $x(t) = e^{at}u(t)$
- 2.) Calcule la transformada de Laplace de  $f(t)$  y grafique la ROC asociada de  $f(t) = 7e^{-2t}u(t) + 2e^{3t}u(-t)$ . Puede usar resultados hallados en clase explicitando cuáles son.