Segundo parcial

2/7/2022

La prueba tiene una duración de 3 horas y un total de 50 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

Ejercicio 1

1.) Dado $z \in \mathbb{C}$ escriba la notación biniomial y exponencial de z. Explique mediante escuaciones la equivalencia entre las dos notaciones.

2.) Dados los complejos $a = 3e^{\frac{i\pi}{2}}$ y $b = 2e^{-\frac{i\pi}{4}}$: hallar la suma $z_1 = a + b$, multiplicación $z_2 = a \times b$ y división $z_3 = \frac{a}{b}$.

3.) Representar z_2 y z_3 en el plano complejo, indicando módulo y argumento.

4.) Dado $z = \frac{(1-hi)(1+i)}{2+i} \in \mathbb{C}$. Halle los valores de h para que z resulte en un imaginario puro y en un real puro.

5.) Dado el complejo $z = e^{\frac{-i\pi}{3}} \in \mathbb{C}$. Dibuje en el plano complejo z, z^4, z^5,z^8 y z^{486}

6.) Dado el polinomio $P(x) \in \mathcal{P}$ justifique si se puede aplicar el teorema de descomposición en fracciones simples. En caso afirmativo, descomponga $P(x)$ en fracciones simples.

$$P(x) = \frac{x+2}{(x-1)^2(x^2+1)}$$

Ejercicio 2

1.) Dado el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}/x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}$, represente el conjunto en un eje real y encuentre los puntos de acumulación de A. En base a este ejemplo explique la noción de punto de acumulación de un conjunto.

2.) Dada una función $f(X)$, $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definir punto crítico de $f(X)$.

3.) Hallar los puntos críticos de $f(x,y,z)$, $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, siendo $f(x,y,z) = sen(2x + yz - z^2)$.

4.) Sea $g(X)$, $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, siendo $g(X) = 3 - (x^2 + y^2)$, bosquejar la imagen de la función en el espacio x, y, z. ¿La función tiene máximo y/o mínimo absoluto? De tenerlos, ¿cuáles son?

5.) Enuncie el criterio de clasificación de la matriz Hessiana para una función $h(X)$, $h:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

6.) Dada $h(X)$, $h:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, siendo $h(x) = x^3 + y^3 - 3xy$, halle sus puntos críticos y clasifíquelos.

Ejercicio 3

1.) Sea una función $f(t)$, $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, defina la Transformada de Laplace $F(s)$ de $f(t)$.

2.) Defina región de convergencia (ROC) de la transformada de Laplace $F(s)$.

3.) Calcule la tranformada de Laplace de $f(t)$ y grafique la ROC asociada de $f(t) = 5e^{-2t}u(t) + 3e^{-3t}u(t)$.

4.) Halle la antitransformada de Laplace de $X_1(S) = \frac{s-3}{(s-1)(s+2)}$, si la ROC es:

- a) $Re(s) < -2$
- b) $-2 < Re(s) < 1$
- c) $1 < Re(s)$

ϕ	sinϕ	cosϕ	tanϕ
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	—-