Teoría de circuitos
Examen

CURE

31 de Julio de 2025

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [35 pts.]

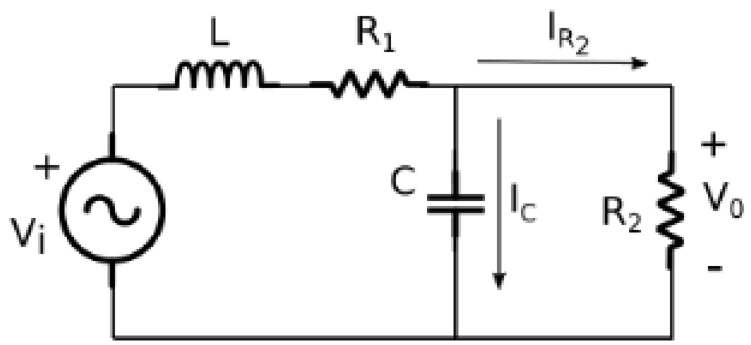


Figura 1: Circuito del Problema 1

Datos:

- $v_i(t) = 110\cos(2\pi 50t)V$
- $R_1 = R_2 = 100\ \Omega$

- $C = 10\ uF$
- $L = 0.1\ Hy$

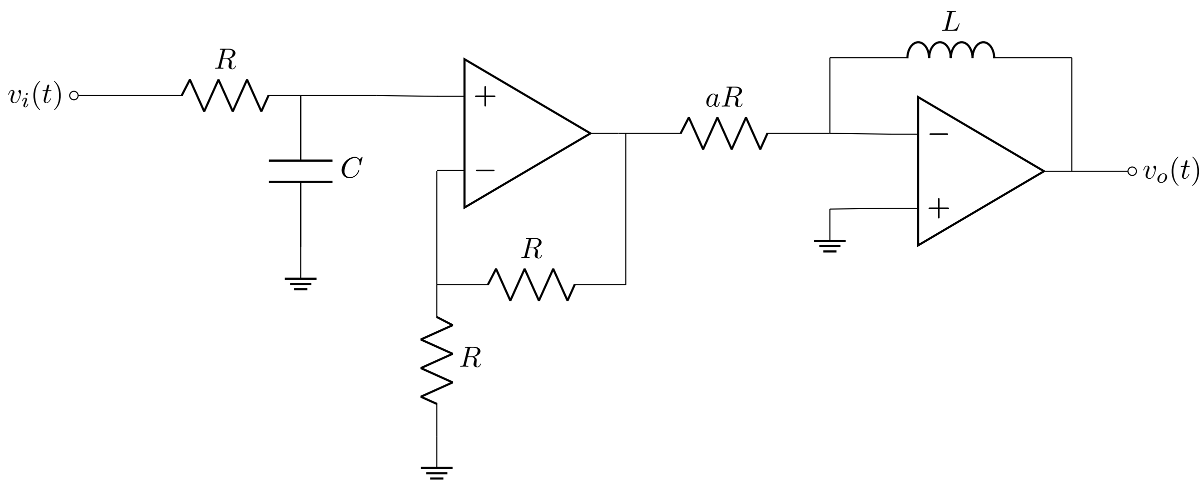
(a) Realice el diagrama fasorial con todos los fasores involucrados en el circuito de la Figura 1. Ahora mencione los cambios en el diagrama fasorial si la entrada fuera $v_i(t) = 220\,\mathrm{sen}(2\pi 50t)V$

(b) Demostrar que la transferencia $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1/LC}{jw^2 + jw\left(\frac{1}{R_2C} + \frac{R_1}{L}\right) + \frac{1}{LC}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}$

.

(c) Definir potencia activa, reactiva y aparente. Calcular la potencia consumida por el circuito. ¿Qué elemento utilizaría a los efectos de compensar el consumo de potencia reactiva? Indique su valor y donde lo colocaría en el circuito.

Problema 2 [35 pts.]



(a) Pasar el circuito a su equivalente en fasores.

(b) Hallar la función de transferencia $H(jw) = \frac{V_o(jw)}{V_i(jw)}$.

(c) Para $w_o = \frac{1}{RC} = \frac{R}{L}$, comprobar que $H(jw_o) = \frac{-(1+j)}{a}$.

Dada la entrada $v_i(t) = 3V cos(w_o t)$

(d) ¿Cómo se ven afectados el módulo y la fase de V_o al variar **a**? . Justifique.

(e) Hallar la expresión temporal $v_o(t)$ para $a = \sqrt{2}$.

Pregunta [15 pts.]

Considere la siguiente función de transferencia:

$$H(j\omega) = \frac{5\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2j\omega\omega_0 + \omega_0^2} \tag{1}$$

(a) Si se le aplica una entrada al circuito $v_i(t) = \cos(10\omega_0 t)$, ¿Cuál será la salida $v_o(t)$? y si la entrada es $v_i(t) = \cos(0.1\omega_0 t)$?. Explique los resultados obtenidos.

Pregunta [15 pts.]

Dado el cuadripolo de la Figura 1:

(a) Hallar el parámetro z_{11}, el cual corresponde a la impedancia de entrada del circuito (impedancia vista desde el puerto 1, hacia adelante)

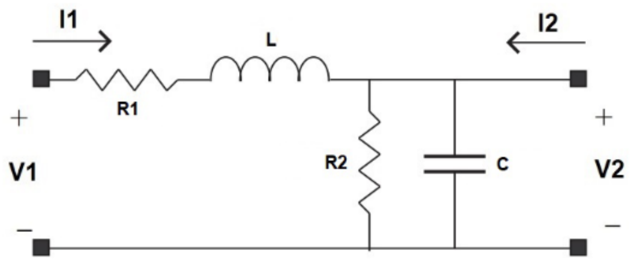


Figura 1: Cuadripolo

Solución

Problema 1

(a) Haciendo el paralelo(z) entre C y R_2. Luego aplicando el divisor de tension sobre esa impedancia obtenemos: $V_o = \frac{V_i z}{Ljw+R_1+z}$.
$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = 0,55e^{-18,29^o j}$
$I_C = \frac{V_c}{jwC} = 0,17e^{71,71^o j}$
$I = I_L = I_{R1} = I_c + I_{R2} = V_c(1/R_2 - cwj) = 0,58e^{-0,85^o j}$
$V_L = I_L Ljw = 18,09e^{89,15^o j}$
$V_{R2} = V_o = 54.93e^{-18,29^o j}$
$V_{R1} = I_{R1}R_1 = 57.58e^{-0,85^o j}$

Luego con la entrada $v_i2(t)$ la diferencias es que el diagrama fasorial queda todo rotado $\pi/2$ en sentido horario y las magnitudes x2.

(b) Haciendo el paralelo entre C y R_2 y luego aplicando el divisor de tensión sobre esa impedancia se llega a la transferencia pedida.

(c) La potencia aparente se define como $S = \frac{VI^*}{2} = (P + Qj)VA$. Donde P es la potencia activa y $[P] = W$, y Q es la potencia reactiva $[Q] = VAR$

$$S = \frac{V_i I^*}{2} = 31.67 + 0.47j \ VA$$

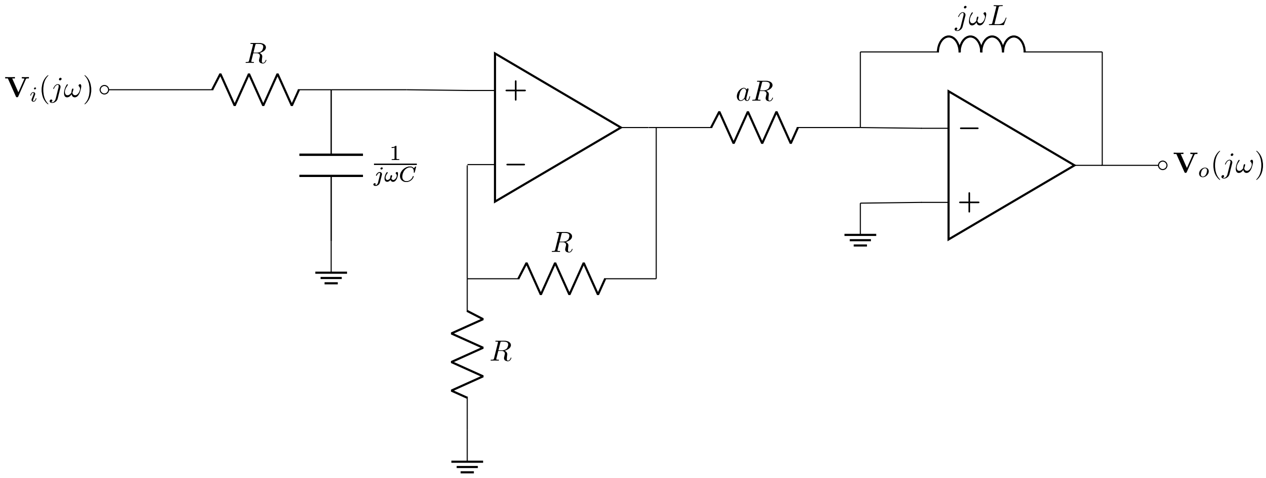
Por lo tanto el circuito esta consumiendo potencia reactiva($Q > 0$). Para compensar ponemos un condensador(C') en paralelo con la fuente.

El valor del condensador debe cumplir la condición: $|Q_C{}'| = |Q|$, por lo tanto $C = \frac{2Q}{V_i^2\omega} = 2.46x10^{-7}F$.

Problema 2

(a) Para representar el circuito en el dominio de la frecuencia, reemplazamos:

- El capacitor: $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C}$
- El inductor: $Z_L = j\omega L$
- La fuente senoidal: $v_i(t) = V_i\cos(\omega t) \Rightarrow \tilde{V}_i = V_i\angle 0°$



(b) La tensión en la pata (+) del primer A.O. es $V_+ = \frac{V_i(1/cjw)}{R+(1/cjw)} = \frac{V_i}{RCjw+1} = \frac{(Vi/RC)}{jw+1/RC}$. Por cortocircuito virtual, $V_+ = V_-$ Sabiendo que no entra corriente en la pata (-) del A.O. y V_{o1} la salida:

$$\frac{V_+ - 0}{R} = \frac{V_{o1} - V_+}{R}$$

, por lo tanto

$$V_{o1} = 2V_+ = 2\frac{(Vi/RC)}{jw + 1/RC}$$

Para el segundo A.O. se sabe que es un derivador por lo que la salida

$$V_o = \frac{-Ljw}{aR} V_{o1}$$

. Sustituyendo se obtiene:

$$H(jw) = \frac{V_o(jw)}{V_i(jw)} = 2(\frac{-Ljw}{aR})(\frac{(1/RC)}{jw + 1/RC})$$

(c) Dado que la

$$H(jw) = \frac{V_o(jw)}{V_i(jw)} = 2(\frac{-Ljw}{aR})(\frac{(1/RC)}{jw + 1/RC})$$

, usando que

$$w_0 = \frac{1}{RC} = \frac{R}{L}$$

. Sustituyendo se obtiene:

$$H(jw_0) = -2(\frac{jw_0}{aw_0})(\frac{w_0}{jw_0 + w_0})$$

$$H(jw_0) = -\frac{2j}{a(1+j)} = \frac{-2j(1-j)}{2a} = -\frac{j(1-j)}{a} = \frac{-(1+j)}{a}$$

(d) Dado que la entrada es $v_i(t) = 3Vcos(w_o t)$, se tiene que

$$V_o(jw_0) = H(jw_0)V_i(jw_0) = \frac{-3(1+j)}{a}$$

. El módulo es:

$$|V_o(jw_0)| = \frac{3(|1+j|)}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{a}$$

y la fase:

$$\phi = \frac{5\pi}{4}$$

Se puede observar que al aumentar/disminuye **a**, Vo disminuye/aumenta en amplitud. Mientras que la fase ϕ es independiente del valor que pueda tomar **a**.

(e) Se conoce que:

$$v_0(t) = |H(jw_0)|cos(w_o t + arg(H(jw_0)))$$

, usando los resultados de la parte anterior y conociendo que $\mathbf{a} = \sqrt{2}$, se tiene que:

$$v_o(t) = 3cos(w_o t + \frac{5\pi}{4})$$

Pregunta

(a) Si la entrada es $v_i(t) = cos(10w_o t)$, la salida es

$$v_o(t) = |H(j10w_o)|cos(10w_o t + arg(H(j10w_o)))$$

Si la entrada es $v_i(t) = cos(0.1w_o t)$, la salida es

$$v_o(t) = |H(j0.1w_o)|cos(0.1w_o t + arg(H(j0.1w_o)))$$

La frecuencia natural del sistema es w_o. Si se hace es diagrama se bode se observa que hasta w_o banda pasante y luego la atenuación. Por lo tanto una decada($0.1w_o$) por debajo de w_o, el sistema amplifica la señal, mientras en el otro caso, la atenua.

Pregunta

(a) El parámetro z_{11} representa la impedancia vista desde el puerto 1 hacia adelante, cuando I_2 vale 0. Por lo tanto:
$z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = R_2 || \frac{1}{Cs} + Ls + R_1 = \frac{R_2}{R_2Cs+1} + Ls + R_1 = \frac{(Ls+R_1)(R_2Cs+1)+R_2}{R_2Cs+1}$