Teoría de circuitos
Examen

CURE

27 de diciembre de 2019

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1

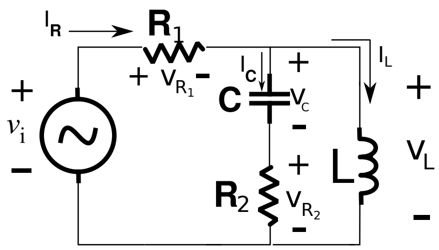


Figura 1

El circuito de la Figura 1 se alimenta con una fuente sinusoidal de la forma $v(t) = V_i \cos \omega_0 t$.

Datos:

- $V_i = 220\sqrt{2}\ V$
- $R_1 = 100\ \Omega$
- $R_2 = 20\ \Omega$
- $L = 50\ mHy$
- $C = 50\ \mu F$
- $\omega_0 = 100\pi$

(a) Calcular los fasores de voltaje y corriente del circuito: V_L, V_{R_1},V_{R_2}, V_C,I_L,I_R e I_C.

(b) Realizar un diagrama fasorial que incluya los fasores previamente calculados y el fasor correspondiente a la fuente (V_i,V_L,V_C,V_{R1},V_{R2},I_R, I_L e I_C).

(c) Calcule la potencia aparente, activa y reactiva entregada por la fuente.

(d) Calcule ahora la potencia activa y reactiva consumida por cada uno de los elementos conectados a la fuente (R_1, R_2, L, C) .

(e) Indique que elemento conectaría para compensar la potencia reactiva. Indique su valor y como lo conectaría.

Problema 2

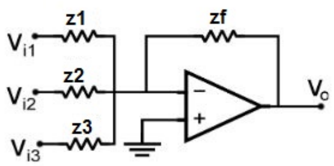


Figura 2.1

(a) Calcule V_o en función de las entradas V_{i1}, V_{i2} y V_{i3} del circuito de la Figura 2.1. Indique de que configuración se trata.

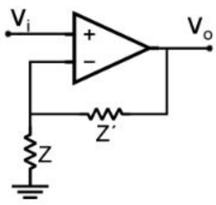


Figura 2.2

(b) Calcule la transferencia $H_2(s)$ del circuito de la Figura 2.2. Indique de que configuración se trata.

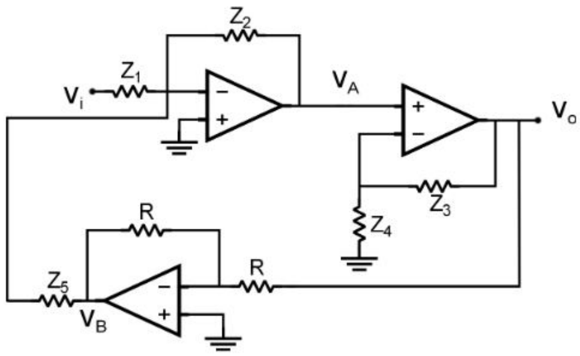


Figura 2.3

(c) Indique los bloques del circuito de la Figura 2.3 y calcule la transferencia $H_T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$. Justifique su respuesta.

(d) Realizar el diagrama de Bode asintótico de $H_T(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)}$ de la Figura 2.3. Considerando que $z_1 = z_5 = \frac{1}{Cs}$, $z_2 = z_4 = R$, $z_3 = Ls$ y que se cumplen las siguientes relaciones $\frac{1}{LC} = 8\,\frac{1}{s^2}$ y $\frac{1}{RC} = 4\,\frac{1}{s}$.

(e) Estudiar la estabilidad BIBO del sistema de la Figura 2.3. Justifique su respuesta.

Solución

Problema 1

(a) Utilizo valores RMS ($V_i = 220$)

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j63.66$$

$$Z_L = j\omega L = j15.70$$

$$Z_1 = R_2 + Z_C = 20 - j63.66$$

$$Z_2 = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)^{-1} = 1.83 + 20.1i$$

$$I_R = V_i/(R_1 + Z_2) = 2.1 - j0.41A$$

$$V_L = I_R * Z_2 = 12 + j41V$$

$$I_L = \frac{V_L}{Z_L} = 2.6 - j0.77A$$

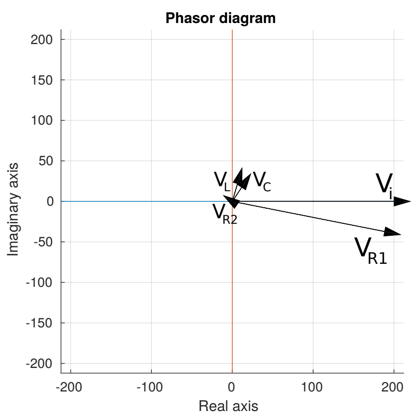
$$I_C = \frac{V_L}{Z_1} = -0.53 + j0.36A$$

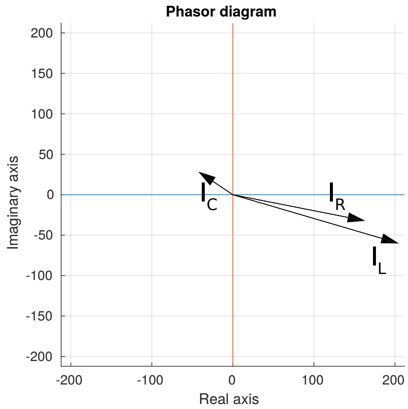
$$V_{R2} = I_C.R_2 = -10.65 + j7.13V$$

$$V_{R1} = I_R.R_1 = 207,96 - 41,03V$$

$$V_C = I_C.Z_C = 22.7 + j33.9V$$

(b)





(c)

- $S = V.I = 456 + j90Va$
- $P = Re[S]456W$
- $Q = Imag[S] = 90Var$

(d)

$$P_{R1} = 448W$$
$$P_{R2} = 8W$$
$$Q_C = -26Var$$
$$Q_L = 116Var$$

(e)

$$C = \frac{2Q}{wV_i^2}$$

Un capacitor de valor $C = 60\mu F$ en paralelo con la fuente es una posible solución.

Problema 2

(a) Apagamos V_{i2} y V_{i3} y calculamos la transferencia de un inversor. $H_{i1} = \frac{-zf}{z1}$. Repito el mismo procedimiento para calcular H_{i2}, apagando V_{i1} y V_{i3}. Lo mismo para H_{i3}. Luego aplicando ley de nodos se obtiene:

$$V_o = \frac{-zfV_1}{z1} + \frac{-zfV_2}{z2} + \frac{-zfV_3}{z3}$$

La configuración es inversor sumador.

(b) Considero I(corriente que pasa por z), I_2(corriente que pasa por $z^{`}$) y I_1(corriente que sale del cuadripolo).

$$0 - V_i = Iz$$

$$I = I_2 + I_1$$

Como $I_1 = 0$, entonces

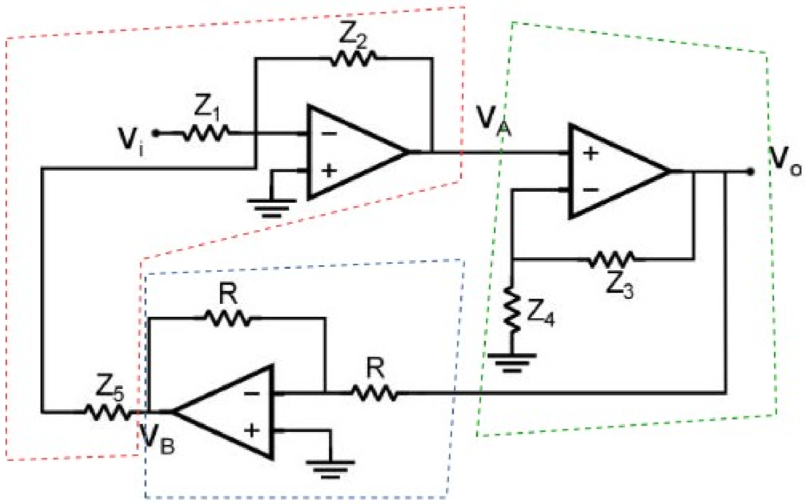
$$V_i - V_0 = I_2 z^{`}$$

$$-V_0 = \frac{V_i}{z}(z + z^{`})$$

$$H_2 = \frac{V_0}{V_i} = \frac{(z + z^{`})}{z}$$

La configuración es no inversora.

(c) Los bloques del circuito son:



- **Bloque 1 (Sumador)**

$$I_2 = I_1 + I_5$$

$$I_1 = \frac{V_i}{z_1}$$

$$-V_A + I_2 z_2$$

$$I_5 = \frac{V_B}{z_5}$$

$$\frac{-V_A}{z_2} = \frac{V_i}{z_1} + \frac{V_B}{z_5}$$

$$V_A = -z_2(\frac{V_i}{z_1} + \frac{V_B}{z_5})$$

- **Bloque 2 (No inversor)**

$$V_A = \frac{z_4 V_0}{z_3 + z_4}$$

$$V_0 = \frac{(z_3 + z_4)V_A}{z_4}$$

- **Bloque 3 (Inversor)**

$$I_4 = \frac{V_0}{R} = \frac{-V_B}{R}$$
$$V_B = -V_0$$

Por ultimo la transferencia total del circuito es:

$$H_T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-z_2(z_3 + z_4)z_5}{z_1(z_4 z_5 - z_2(z_3 + z_4))}$$

(d) La transferencia obtenida en la **Parte C**:

$$H_T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-z_2(z_3 + z_4)z_5}{z_1(z_4 z_5 - z_2(z_3 + z_4))}$$

Usando lo que dice la letra:

$$z_1 = z_5 = \frac{1}{Cs}$$

$$z_2 = z_4 = R$$

$$z_3 = Ls$$

Nos queda:

$$H_T(s) = \frac{-(z_3 + R)}{z_5 - (z_3 + R)} = \frac{s(s + \frac{R}{L})}{s^2 + \frac{R}{L}s - \frac{1}{LC}}$$

Como $\frac{1}{LC} = 8\ \frac{1}{s^2}$ y $\frac{1}{RC} = 4\ \frac{1}{s}$ entonces

$$H_T(s) = \frac{s(s+2)}{(s+4)(s-2)}$$

(e) Como

$$H_T(s) = \frac{s(s+2)}{(s+4)(s-2)}$$

Usando el criterio de estabilidad:
El sistema es estable $\Leftrightarrow$ no hay polos de $H_T(s)$ en el semiplano derecho cerrado.
Entonces por el contra reciproco del criterio anterior, el sistema no es estable.