Teoría de circuitos
Examen

CURE

20 de febrero de 2018

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1

El circuito de la Figura 1 se encuentra en régimen sinusoidal:

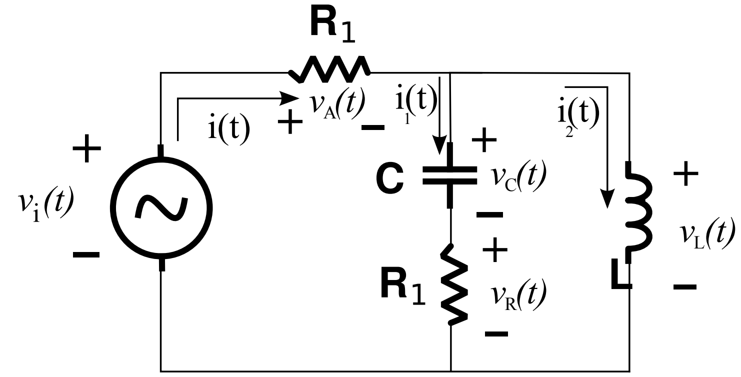


Figura 1

Datos:

- $V_i = 220\sqrt{2}V$
- $R_1 = 10\Omega$

- $L = 180mHy$
- $C = 47\mu F$
- $\omega_0 = 100\pi$

(a) Calcule los fasores V_R, V_A, V_C,V_L, I, I_1 e I_2.

(b) Defina potencia activa, reactiva y apartente.

(c) Calcule las respectivas potencias entregadas por la fuente.

(d) Se quiere compensar la potencia reactiva. Para ello indique que componente utilizaría y donde lo conectaría. Calcule su valor.

(e) Calcule la transferencia $H(s) = \frac{V_L(s)}{V_i(s)}$ del sistema sin compensar.

(f) Realice el diagrama de Bode asintótico.

Problema 2

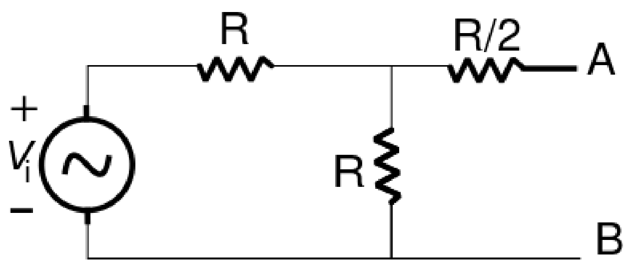


Figura 2

(a) Para el circuito de la Figura 2, realizar el equivalente de Thévenin desde las terminales A y B.

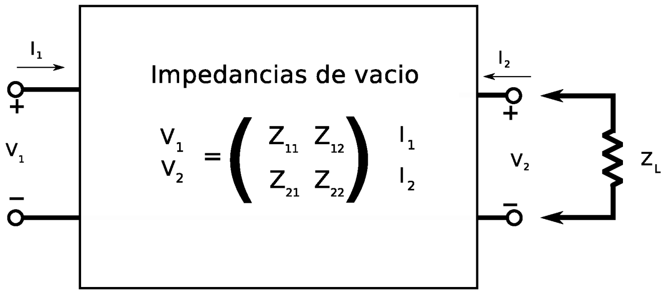


Figura 3

(b) Dada la descripción de un cuadripolo por sus impedancias de vacío y al cual se conecta una impedancia Z_L, se pide calcular la transferencia $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$.

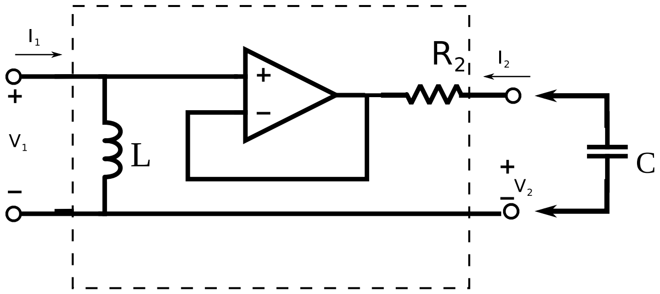


Figura 4

(c) Calcular las impedancias de vacío para el cuadripolo de la Figura 4.

(d) Calcular la transferencia del cuadripolo de la Figura 4 al cual se le conecta un capacitor C

(e) ¿Es este sistema BIBO estable?

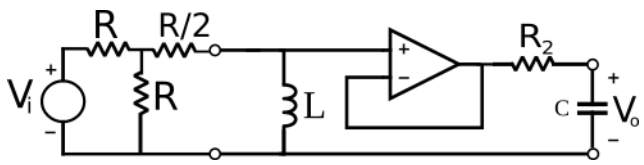


Figura 5

(f) Se conectan los circuitos de la parte (a) y (c) como se ve en la Figura 5. Halle la transferencia total $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$. Considere condiciones iniciales nulas.

Solución

Problema 1

(a)

$$V_L = \frac{V_i Z_{eq}}{Z_{eq} + R_1} = 215.1883 + 6.8126i$$

con $Z_{eq} = Lj\omega_0 || (\frac{1}{cj\omega_0} + R_1) = 142.17 + 215.45i$

$$I_2 = \frac{V_L}{Lj\omega_0} = 0.12047 - 3.80536i$$

$$I_1 = \frac{V_L}{R + \frac{1}{j\omega_0 C}} = 0.36070 + 3.12410i$$

$$I = I_1 + I_2 = 0.48117 - 0.68126i$$

$$V_R = R_1 * I1 = 3.6070 + 31.2410i$$

$$V_A = R_1 * I = 4.8117 - 6.8126i$$

$$V_C = \frac{I_1}{j\omega_0 C} = 211.581 - 24.428i$$

(b)

$$S = V.I^*$$

$$Q = Im(S)$$

$$P = Re(S)$$

(c)

$$S = V.I^* = 105.86 + 149.88i$$

$$Q = Im(S) = 149.88$$

$$P = Re(S) = 105.86$$

(d) Colocaría un elemento en paralelo con la fuente que consuma el opuesto de la potencia reactiva que entrega la fuente.

$$Q_c omp = -Q$$

Como el signo es negativo tengo que colocar un capacitor.

$$S_c omp = V_i.I^*_{comp} = V_i.(V_i.\omega_0.jC_{comp})^* = -j|V_i|^2.\omega_0 C_{comp} = -jQ$$

Despejando

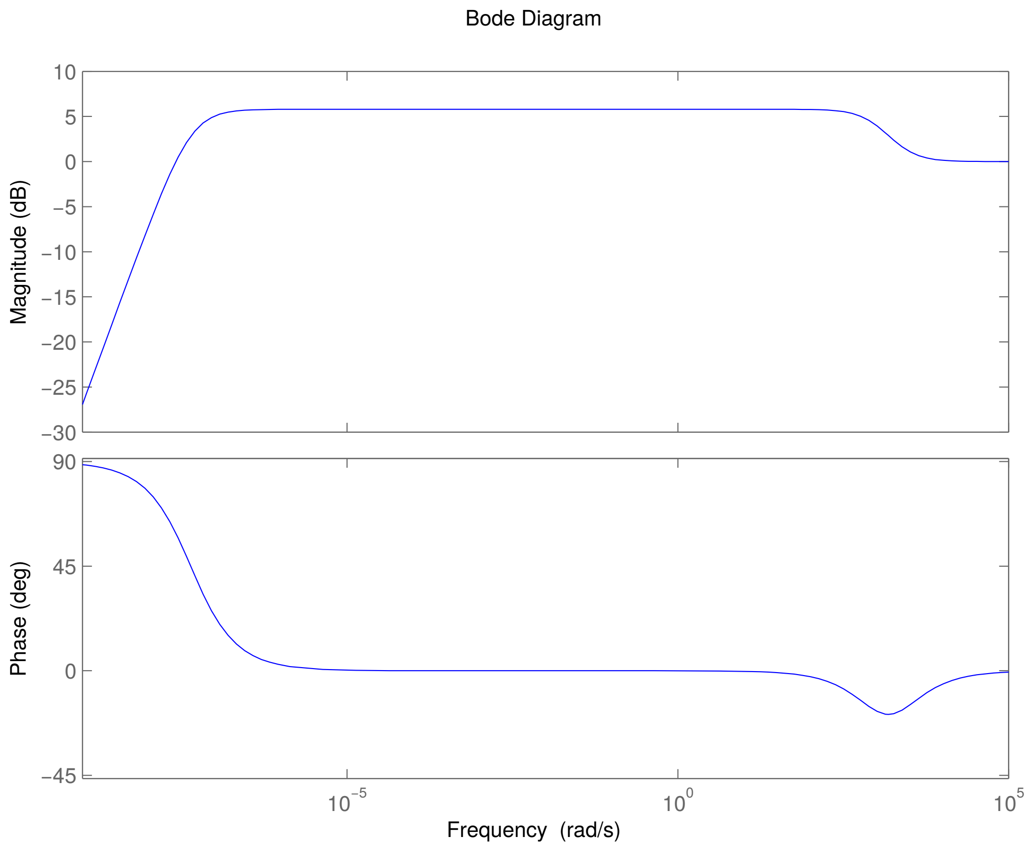
$$C = \frac{Q}{|V_i|^2.\omega_0} = 9.85\mu F$$

(e)

$$V_L = \frac{V_i Z_{eq}}{Z_{eq} + R_1}$$

$$H(jw) = \frac{j\omega(j\omega + \frac{1}{R_1 C})}{2[(j\omega)^2 + j\omega(\frac{R_1^2 C + L}{2R_1 LC}) + \frac{1}{2LC}]}$$

(f)

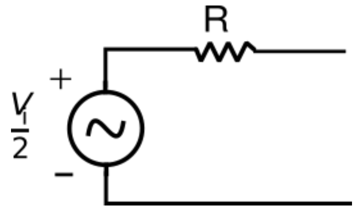


Problema 2

(a) Al estar abierto el circuito en las terminales A y B para estimar el voltaje de vacío V_{AB}, realizamos un divisor de tensión, considerando las dos resistencias de la malla izquierda. Obtenemos entonces $V_{AB} = \frac{V_i}{2}$.

Para estimar la impedancia vista, eliminamos la fuente (cortocircuitando en su lugar, ya que es una fuente de voltaje). Luego la impedancia resultante es $\frac{R}{2}$ en serie con dos resistencias R en paralelo. Es decir $Z_{vista} = \frac{R}{2} + \frac{R*R}{R+R} = R$.

El circuito resultante es entonces:



Circuito equivalente de Thévénin

(b) La transferencia de este sistema vale:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_2}{V_1}$$

Luego tenemos la siguiente relación con respecto a la impedancia conectada z_l:

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

Y las siguientes ecuaciones a partir de la descripción del cuadripolo por sus impedancias de vacío:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = Z_{11} * I_1 - \frac{Z_{12}}{Z_L} * V_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = Z_{21} * I_1 - \frac{Z_{22}}{Z_L} * V_2$$

De donde obtenemos:

$$I_1 = (1 + \frac{Z_{22}}{Z_L})\frac{V_2}{Z_{21}}$$

Reemplazando, hallamos:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_{21}Z_L}{Z_{11}Z_L + Z_{22}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}$$

(c) Para comenzar, tenemos que por ser el amplificador ideal, no ingresa corriente al mismo y copia el voltaje $e_- = e_+$:

$$V_1 = I_1 Ls$$

$$V_1 - V_2 = -I_2 R$$

Luego obtenemos:

$$V_1 = LsI_1 + 0I_2$$

$$V_2 = LsI_1 + RI_2$$

Donde las impedancias de vacío valen:

$$\begin{matrix} z_{11} = Ls & z_{12} = 0 \\ z_{21} = Ls & z_{22} = R \end{matrix}$$

(d) El problema planteado es similar al que estimamos en la parte a), ya que se trata de un cuadripolo cuyas impedancias de vacío conocemos, al que se le conecta una impedancia a la salida. En este caso $z_L = \frac{1}{Cs}$.

Luego tenemos:

$$H(s) = \frac{z_{21} * z_L}{z_{11} * z_L + z_{22} * z_{11} - z_{12} * z_{21}}$$

Reemplazando las impedancias por las halladas:

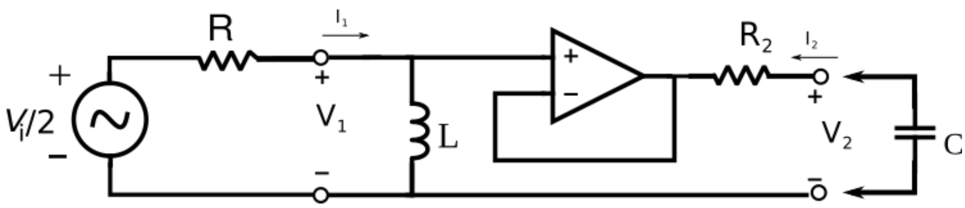
$$H(s) = \frac{Ls * \frac{1}{Cs}}{Ls * \frac{1}{Cs} + R * Ls}$$

Finalmente:

$$H(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

(e) Al observar la transferencia del sistema, vemos que esta tiene un polo con parte real negativa, por lo que el sistema sí es BIBO estable.

(f) Utilizando el equivalente de Thévénin hallado en la parte (a), replanteamos el circuito y obtenemos una versión simplificada del mismo:



Circuito simplificado

Ahora, dado que al amplificador operacional no ingresa corriente por sus bornes, podemos realizar un divisor de tensión para estimar el voltaje V_1 respecto de $\frac{V_i}{2}$:

$$V_1 = \frac{V_i}{2}\frac{Ls}{Ls + R}$$

Como calculamos en la parte (c) la transferencia entre el voltaje primario y secundario del cuadripolo, con la carga C, tenemos la relación entre V_1 y V_2:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Finalmente, uniendo las ecuaciones:

$$H = \frac{V_2}{V_i} = \frac{Ls}{2(Ls + R)(R_2Cs + 1)}$$