

# Teoría de circuitos

## Exámen

CURE

30 de Julio de 2016

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

### Problema 1

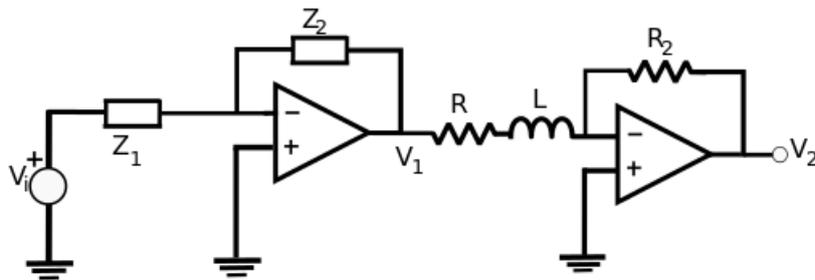


Figura 1

Disponemos del circuito de la Figura 1 y de dos elementos:  $R_1$  y  $C$ .  
Se pide:

- (a) Reemplace las impedancias genéricas  $Z_1$  y  $Z_2$  por los elementos de que disponemos para obtener del primer amplificador operacional un derivador, justifique. Que puede decir del signo de la salida si la entrada crece?

- (b) Identifique la configuración empleada para el segundo amplificador operacional. Determine la salida  $V_2$  en función de la entrada  $V_i$ .

Se agrega ahora a la salida el siguiente circuito. Notar las entradas del mismo.

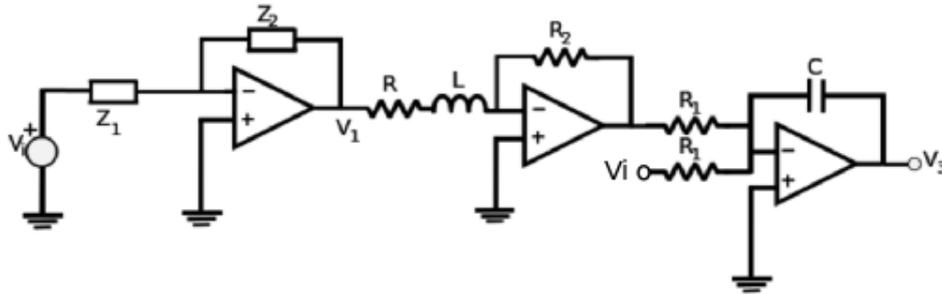


Figura 2

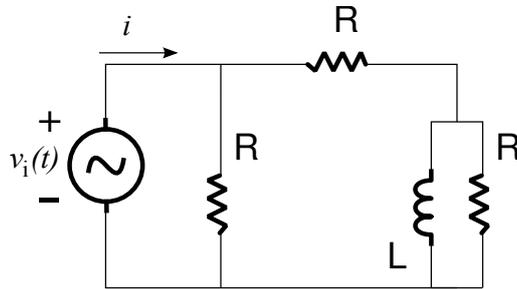
- (c) Exprese la salida  $V_3$  en función de  $V_i$ .
- (d) Deseamos disminuir el voltaje de salida a la mitad. Idee una forma de obtener  $V_o = \frac{V_3}{2}$  y demuéstrelo, con esquemático del circuito que agregaría incluido.

Considere ahora que  $R_2 R_1 C = 9L$  y que  $\frac{R}{L} = \omega_0$ .

- (e) Halle la transferencia total  $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$ .
- (f) Realice el diagrama asintótico de Bode de la transferencia hallada en la parte anterior.
- (g) ¿De qué filtro se trata? Proponga un intervalo de frecuencias entre las que se encuentre la frecuencia a la que la salida y la entrada están en contrafase (desfase de  $\pi$ ).
- (h) ¿Es el sistema BIBO estable? Justifique.

## Problema 2

El siguiente problema consta de dos partes, en la primera estudiaremos la potencia entregada por la fuente para el circuito de la figura en régimen sinusoidal. Mientras que en la segunda estudiaremos la respuesta transitoria del mismo circuito estudiándolo como un cuadripolo.



Datos del circuito:

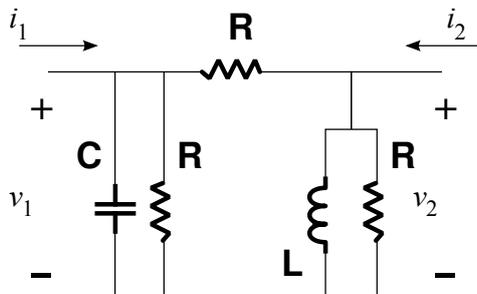
- $L = 200mHy$
- $R = 100\Omega$
- $v_i(t) = 220 * \sqrt{2} \cos(100\pi t)$ . Partes (a) (b) (c)

- (a) Calcule el fador  $I$ , que corresponde con la corriente que entrega la fuente.
- (b) Defina potencia aparente, potencia activa y potencia reactiva entregada por la fuente y calcularlas para el caso anterior.

Queremos compensar la energía reactiva. Para ello se agrega un capacitor en paralelo con la fuente para que el circuito solo consuma potencia activa.

- (c) ¿Qué valor debe tener el capacitor?

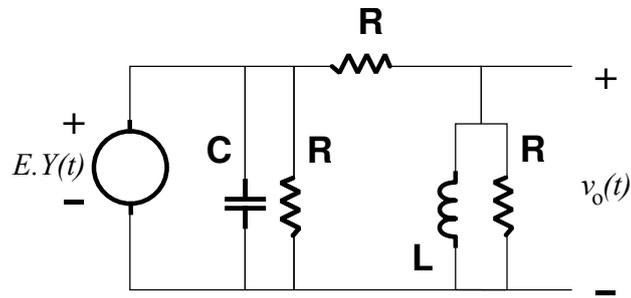
A partir de ahora vamos a estudiar la respuesta transitoria del circuito a una entrada escalón y además lo vamos a modelar como un cuadripolo.



- (d) Calcular las admitancias de vacio  $Y$  del cuadripolo.<sup>1</sup>
- (e) Calcular la transferencia  $H = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$  en función de las admitancias de vacio del cuadripolo.<sup>2</sup>
- (f) Calcular la transferencia para el caso particular del cuadripolo estudiado.

<sup>1</sup>Se recomienda pasar el circuito a un cuadripolo  $\pi$  para facilitar el análisis.

<sup>2</sup>Recordar que cuando calculamos transferencias suponemos que el circuito no esta cargado ( $I_2 = 0$ )



- (g) Calcular y bosquejar la respuesta a una entrada escalon  $v_i = E.Y(t)$ , con  $E = 10V$ ;

# Solución

## Problema 1

(a) Tenemos que disponer de  $R_1$  en  $Z_2$  y de  $C$  en  $Z_1$  para obtener el derivador deseado, ya que derivar es equivalente a multiplicar por  $s$  en Laplace. Verificamos planteando la transferencia del amplificador (observar que está en configuración inversora):  $H(s) = \frac{-Z_2}{Z_1} = -RCs$ .

(b) Es un amplificador en configuración inversora, con transferencia:

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{Ls + R}$$

Por lo que la salida será:

$$V_2 = -V_i \left( \frac{R_2Cs}{Ls + R} + \frac{1}{R_1Cs} \right)$$

(c)

$$H(s) = \frac{V_2}{V_i} = \frac{R_2R_1Cs}{Ls + R}$$

(d) Lo más sencillo es usar dos resistencias de igual valor conectadas a tierra a la salida de  $V_3$ , para obtener entre estas la salida  $V_o = \frac{V_3}{2}$ .

(e) La transferencia vale:

$$H(j\omega) = \frac{-1}{2} \frac{j\omega + \frac{R}{L+R_2R_1C}}{LR_1Cj\omega(j\omega + \frac{R}{L})} [L + R_2R_1C]$$

$$H(j\omega) = -5 \frac{j\omega + \frac{R}{10L}}{R_1Cj\omega(j\omega + \frac{R}{L})}$$

$$H(j\omega) = -5 \frac{j\omega + 10\omega_0}{R_1Cj\omega(j\omega + \omega_0)}$$

(f)

(g) Es un filtro pasa bajos. El desfase vale  $\pi$  entre los dos puntos notables, es decir entre  $\frac{R}{10L}$  y  $\frac{R}{L}$ .

(h) No, ya que tiene un polo en 0, y para ser BIBO estable no debe tener polos en  $C^+$ .

## Problema 2

(a)

$$I = \frac{V}{R} + \frac{V}{R + \frac{Rj\omega L}{R+j\omega L}} = 3,7265 - j0.5360$$

(b) Potencia aparente:

$$S = \frac{V \cdot I^*}{2}$$

Potencia activa

$$P = \operatorname{Re}\left[\frac{V \cdot I^*}{2}\right]$$

Potencia reactiva

$$Q = \operatorname{Im}\left[\frac{V \cdot I^*}{2}\right]$$

$$S = V\tilde{I} = 819,83 + j117,91$$

$$P = \operatorname{Re}[V\tilde{I}] = 819,83$$

$$Q = \operatorname{Im}[V\tilde{I}] = 117,91$$

(c)

$$Q_c = -Q_{\text{fuente}}$$

$$Q_c = \operatorname{imag}(V^2 j\omega C) = V^2 \omega C \rightarrow C = \frac{Q_{\text{fuente}}}{V^2 \omega}$$

$$C = 7,75 \mu F$$

(d) Consideramos como  $Z_1$  a la impedancia de la rama izquierda,  $Y_1 = R \parallel$

$$(C) = \frac{1}{R} + Cs, Y_2 = 1 \frac{1}{R} = 0,01, Y_3 = \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls}.$$

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = Y_1 + Y_2 = \frac{2}{R} + Cs$$

$$[Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = -Y_2 = -\frac{1}{R}$$

$$[Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = -Y_2 = -\frac{1}{R}$$

$$[Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = Y_2 + Y_3 = \frac{2}{R} + \frac{1}{Ls}$$

(e) Como  $I_2 = 0$ , la segunda ecuación nos permite despejar la transferencia.

$$0 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \rightarrow H = \frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$$

(f)

$$H = \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} = \frac{2s}{s + 2\frac{R}{L}}$$

(g)

$$V_o(s) = \frac{10}{s} \frac{2s}{s + 500} = \frac{20}{s + 250}$$

$$v_o(t) = 20e^{-250t}Y(t)$$