Teoría de circuitos
Exámen

CURE

15 de Diciembre de 2014

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1

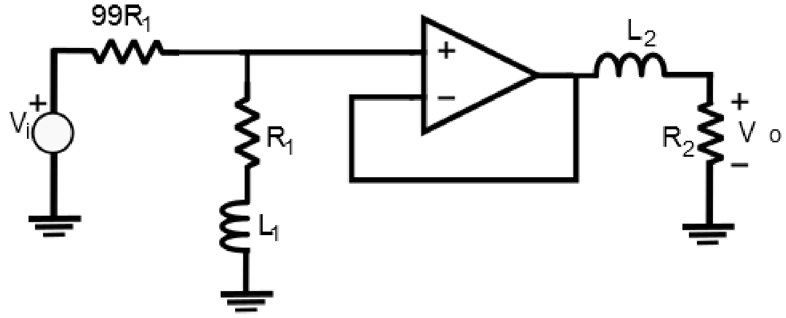


Figura 1

Sea

- $\frac{R_1}{L_1} = \omega_0$
- $\frac{R_2}{L_2} = \omega_1$

Se pide:

(a) Para la Figura 1, hallar la transferencia $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$.

(b) Realizar el diagrama de Bode asintótico de módulo y fase para el caso en que tenemos la relación: $\omega_1 = 10\omega_0$.

(c) Realizar el diagrama de Bode asintótico de módulo y fase para el caso en que $\omega_1 = \frac{\omega_0}{10}$.

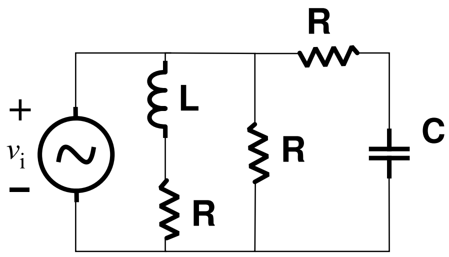
(d) Ante la entrada $v_i(t) = Acos(\omega_3 t)$, sabemos que la salida es $v_o(t) = Bcos(\omega_3 t + \frac{\pi}{4})$. ¿Podemos identificar observando los diagramas de Bode a cual de los dos sistemas corresponde? en caso afirmativo indiquelo. Justificar.

(e) Ahora sabemos que ante una entrada $v_i(t) = cos(10\omega_0 t)$, la salida será $v_o(t) = Bcos(10\omega_0 t + \theta)$, donde B es menor a la ganancia en continua del sistema. Identifique a cual de los sistemas corresponde y halle el valor de la ganancia en continua del mismo en dB.

(f) ¿Es el sistema BIBO estable? Justifique.

Problema 2

El siguiente problema consta dos partes, en la primera estudiaremos la potencia entregada por la fuente para el circuito de la figura en régimen sinusoidal. Mientras que en la segunda estudiaremos el mismo circuito interpretandolo como un cuadripolo.



Datos del circuito:

- $L = 200mHy$
- $R = 100\Omega$
- $v_i(t) = 220 * \sqrt{2}\cos(100\pi t)$

En esta primera parte vamos a diseñar el capacitor para que el circuito solo consuma potencia activa. Para esto se pide:

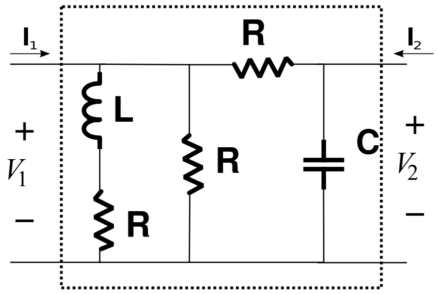
(a) Dado el circuito de la figura calcule la potencia reactiva entregada por la fuente.

(b) Que valor debe tener C para que la fuente no entregue ni consuma potencia reactiva

En adelante se trabajará con el menor de los posibles valores de C calculados en la parte anterior.

(c) Calcular la potencia activa total entregada por la fuente

A partir de ahora vamos a considerar el circuito con una entrada en regimen sinusoidal cualquiera y para eso lo vamos a modelar como un cuadripolo.



(d) Calcular las admitancias de vacio Y del cuadripolo.[1]

(e) Calcular la transferencia $H = \frac{V_2(j\omega)}{I_1(j\omega)}$ en función de las admitancias de vacio del cuadripolo.[2]

(f) Calcular la transferencia para el caso particular del cuadripolo estudiado.

[1]Se recomienda pasar el circuito a un cuadripolo π para facilitar el análisis.

[2]Recordar que cuando calculamos transferencias suponemos que el circuito no esta cargado ($I_2 = 0$)

Solución

Problema 1

(a) Divisor de tension

$$V_+ = \frac{(R_1 + Ls)}{(100R_1 + Ls)} V_i$$

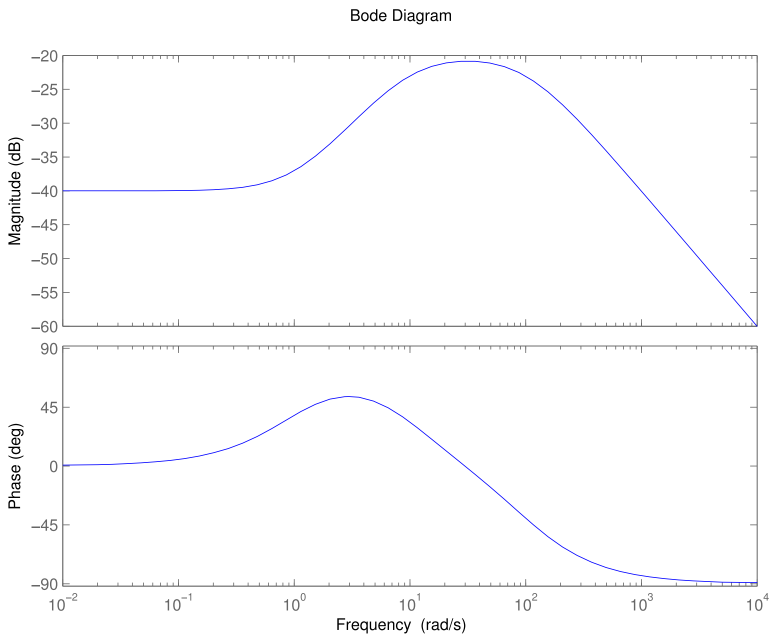
.

Luego un seguidor y otro divisor de tension:

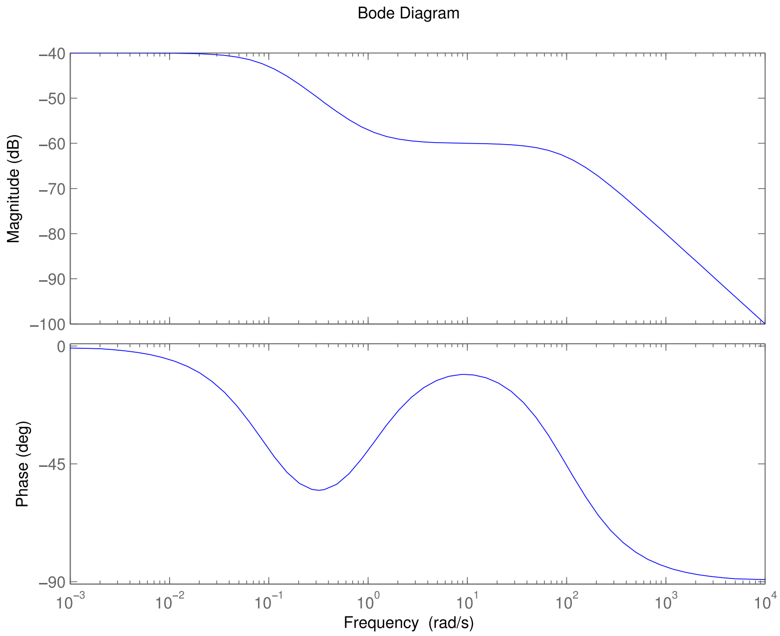
$$V_o = \frac{R_2}{R_2 + Ls} V_+ = \frac{R_2}{R_2 + Ls} \frac{(R_1 + Ls)}{(100R_1 + Ls)} V_i$$

$$H = \frac{R_2}{L(R_2/L + s)} \frac{(R_1/L + s)L}{L(100R_1/L + s)} = \frac{\omega_1(\omega_0 + s)}{(\omega_1 + s)(100\omega_0 + s)}$$

(b)



(c)



(d) El único sistema que puede obtener un desfasaje de $+\pi/4$ es el de la parte b)

(e) A esa frecuencia el sistema c es el que tiene una ganancia menor a la de continua. La ganancia de continua es -40 dB

(f) Si, ya que todos sus polos están en el semiplano izquierdo.

Problema 2

(a)

$$Q = Im[V\tilde{I}] = V^2 Im[\frac{1}{R} + \frac{1}{R - Lj\omega} + \frac{1}{R - 1/j\omega C} = V^2 Im[\frac{R + Lj\omega}{R^2 + L^2\omega^2} + \frac{j\omega C}{Rj\omega C - 1}]$$

$$Q = V^2 Im[\frac{Lj\omega}{R^2 + L^2\omega^2} + \frac{-j\omega C + R\omega^2 C^2}{R^2\omega^2 C^2 + 1}] = V^2(\frac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2} - \frac{\omega C}{R^2\omega^2 C^2 + 1})$$

(b)

$$V^2(\underbrace{\frac{Ł\omega}{R^2 + L^2\omega^2}}_{Q_L} - \frac{\omega C}{R^2\omega^2 C^2 + 1})$$

$$Q = 0 \to \frac{\omega C}{R^2\omega^2 C^2 + 1} = Q_L$$

Despejando C obtenemos un polinomio de segundo grado con soluciones:

$$C_1 = 20\mu F$$

$$C_2 = 50,7\mu F$$

(c)

$$P = V^2 Re[\frac{1}{R} + \frac{1}{R - Lj\omega} + \frac{1}{R - 1/j\omega C}] = 968W$$

(d) Consideramos como Z_{eq} a la impedancia de la rama izquierda, $Z_{eq} = R \parallel (Lj\omega + R) = \frac{(Lj\omega+R)R}{Lj\omega+2R}$.

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0} = Z_{eq}||R$$

$$[Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{V_1=0} = -\frac{1}{R}$$

$$[Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\Big|_{V_2=0} = -\frac{1}{R}$$

$$[Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{V_1=0} = R||\frac{1}{j\omega C}$$

(e) Como $I_2 = 0$, la segunda ecuación nos permite despejar la transferencia.

$$0 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \rightarrow H = \frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$$

(f)

$$H = \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} = \frac{1}{Rj\omega C + 1}$$