Teoría de circuitos
Examen

CURE

22 de julio de 2011

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deber comenzar en una hoja nueva.Se evaluar explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1

(a) Calcule los parámetros (A, B, C, D) del cuadripolo de la figura 1

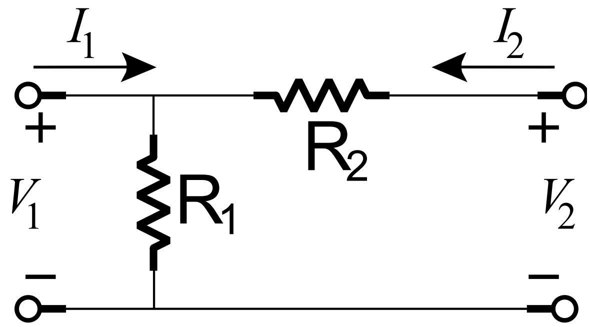


Figura 1:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

(b) Sea el cuadripolo genérico de la figura 2, cargado con Z en sus terminales de salida. Halle en función de las constantes generales (A, B, C, D) de

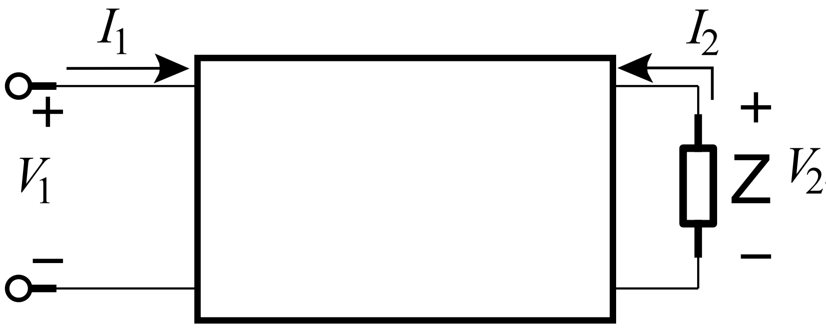


Figura 2:

dicho cuadripolo, la transferencia $H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$.

Se tiene ahora el circuito de la figura 3, y se sabe que las constantes generales del cuadripolo son las mismas que las halladas en la parte (a).

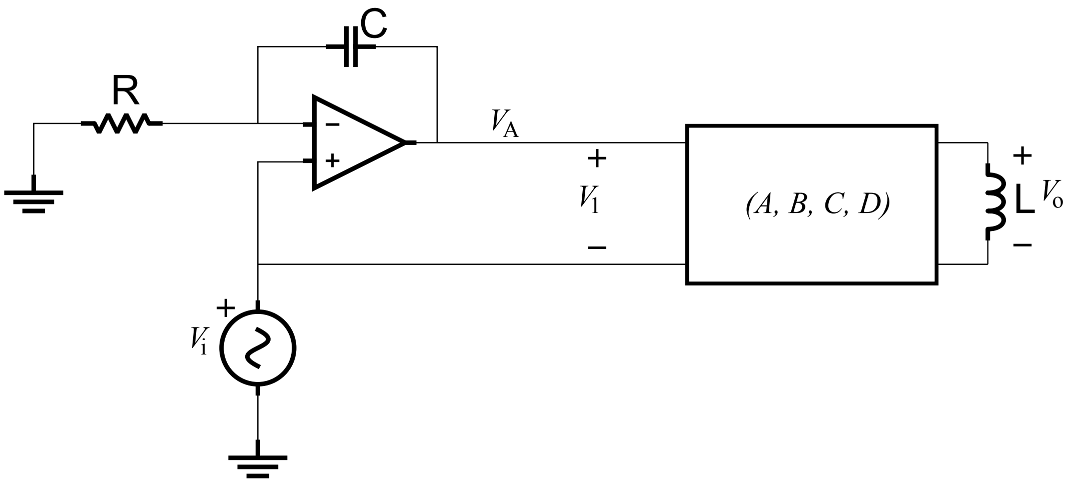


Figura 3:

(c) Halle $V_1(s)$ en función de $V_i(s)$.

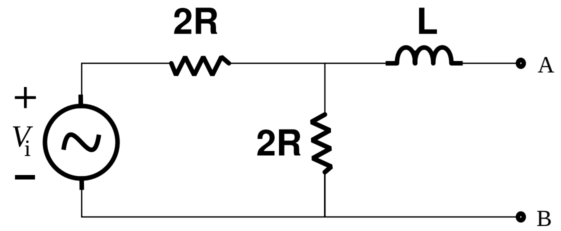
(d) Pruebe que la transferencia $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ del circuito en cuestión tiene la forma:

$$H(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

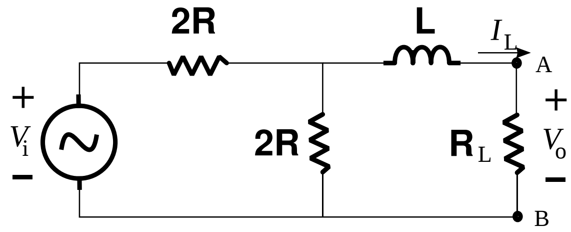
donde: $R = R_1 = R_2$, $\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{R}{L}$

Problema 2

(a) Dado el circuito de la figura, calcular el equivalente thevenin desde las terminales A y B.



En las terminales A y B se conecta una resistencia $R_L = R$ como en la figura.



Si trabajamos con:

- $V_i = 311.cos(100\pi t)$
- $R = 10\Omega$
- $L = 50mHy$

(b) Calcular $v_o(t)$ y los fasores V_i, I_L y V_o

(c) Calcular la potencia activa disipada por la resistencia R_L

(d) Calcular la transferencia $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ y realizar un diagrama asintótico de Bode. Considere $\frac{R}{L} = \omega_0$

Solución

Problema 1

(a)

$$V_1 = A.V_2 - C.I_2$$
$$I_1 = C.V_2 - D.I_2$$

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = 1$$

$V_1 = V_2$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{1}{R_1}$$

$V_1 = R_1.I_1$

$$B = -\left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = R_2$$

$V_1 = -R_2.I_2$

$$D = -\left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$V_1 = (R_1||R_2)I_1 = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}I_1 = -R_2.I_2$

(b)

$$V_1 = A.V_2 - C.I_2$$
$$I_1 = C.V_2 - D.I_2$$

Además:

$$V_2 = -I_2.Z \;\Rightarrow\; I_2 = -\frac{V_2}{Z}$$

De la primera ecuacuón del cuadripolo:

$$V_1 = A.V_2 + C.\frac{V_2}{Z} = \frac{AZ + C}{Z}.V_2$$

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{Z}{AZ + C}$$

(c)

$$V_1 = V_A - V_i$$

$V_i = e_+ = e_- = \frac{RCs}{RCs+1} V_A$

$$V_A = \frac{RCs+1}{RCs} V_i$$

Finalmente:

$$V_1 = \left[\frac{RCs+1}{RCs} - 1 \right] .V_i = \frac{1}{RCs} V_i$$

(d) Utilizando los resultados de las partes (b) y (c) obtenemos:

$$V_o = \frac{Z}{AZ+B} .V_1 = \left(\frac{Ls}{Ls+R} \right) .V_1 = \left(\frac{Ls}{Ls+R} \right) . \frac{1}{RCs} V_i$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{R}{L}}$$

Reemplazando por los valores de la letra:

$$H(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

Problema 2

(a) Anulamos la fuente para calcular la impedancia vista y obtenemos la serie de Ls con el paralelo $2R||2R$.

$$Z_v = Lj\omega + R$$

Ahora calculamos el voltaje de vacio. Como no hay corriente por la bobina podemos plantear un divisor de tension entre $2R$ y $2R$.

$$V_{AB} = \frac{V_i}{2}$$

(b) Planteando el divisor de tension tenemos que:

$$V_o = \frac{V_i.R}{2(2R + Lj\omega)}$$

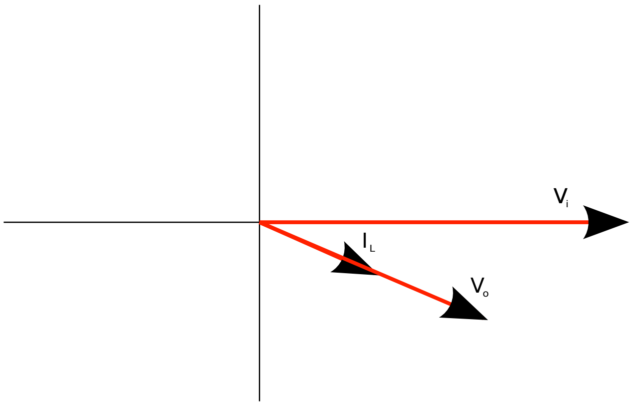
Calculamos la corriente:

$$I_L = \frac{V_i}{2(2R + Lj\omega)}$$

Resultados:

$$V_i = 311$$

$$V_o = 61.146e^{-j0.6658}V$$
$$I_L = 6.1146e^{-j0.6658}A$$



(c) La potencia activa si trabajamos con valores de pico se calcula como:

$$P = Re[S] = Re[\frac{V.I^*}{2}] = 186.9391W$$

(d) Calculamos la transferencia:

$$H(jw) = \frac{R}{2(2R + Lj\omega)} = \frac{\omega_0}{2(2\omega_0 + j\omega)}$$

Y realizamos el diagrama de bode:

- $\underline{\omega << \omega_0}$: $H(j\omega) \approx \frac{1}{4}$
  $H(j\omega)_\angle = 0$
  $|H(j\omega)|_{dB} = -20.log(4)$

- $\underline{\omega >> \omega_0}$: $H(j\omega) \approx \frac{\omega_0}{2j\omega}$
  $H(j\omega)_\angle = -\frac{\pi}{2}$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 20.log(\frac{\omega_0}{2}) - 20.log(\omega)$

  En la figura 4 se muestra el diagrama de bode **real** de $H(j\omega)$.

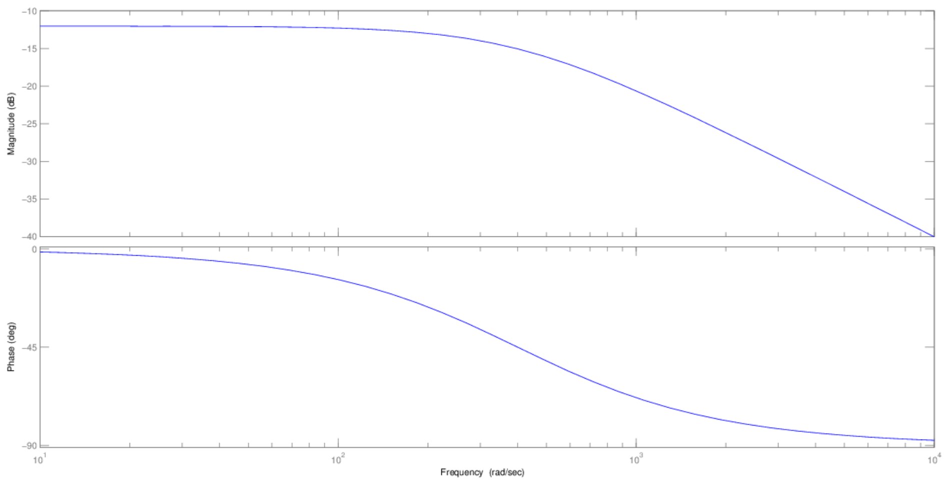


Figura 4: Diagrama de bode real de $H(j\omega)$