# Teoría de circuitos
# Examen

CURE

16 de febrero de 2011

**Indicaciones:**

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deber comenzar en una hoja nueva.Se evaluar explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

## Problema 1

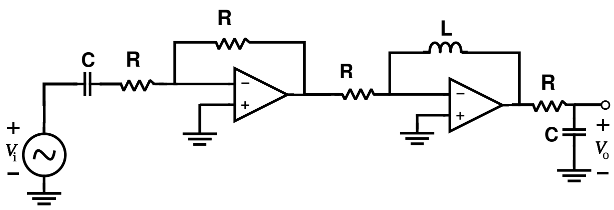


Figura 1:

(a) Reconocer bloques y calcular la transferencia del sistema $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ y verificar que el resultado es:

$$H(s) = \frac{s^2}{(s+\omega_0)^2}$$

Datos:

- $RC = \frac{1}{\omega_0}$
- $\frac{R}{L} = \omega_0$

(b) Realize el diagrama asintótico de Bode y bosquejar el real. Indicar a que tipo de filtro corresponde

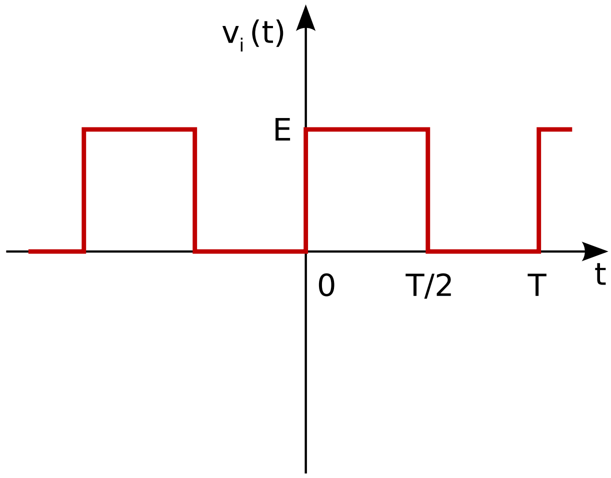


Figura 2:

(c) Calcular la ganancia del sistema en régimen a la frecuencia fundamental de la señal de la figura 2 y ubicar ese valor en el diagrama de Bode. ($T = \frac{1}{100\omega_0}$)

(d) Deducir la forma de la señal a la salida del sistema en régimen y bosquejar.Justifique su respuesta.

## Problema 2

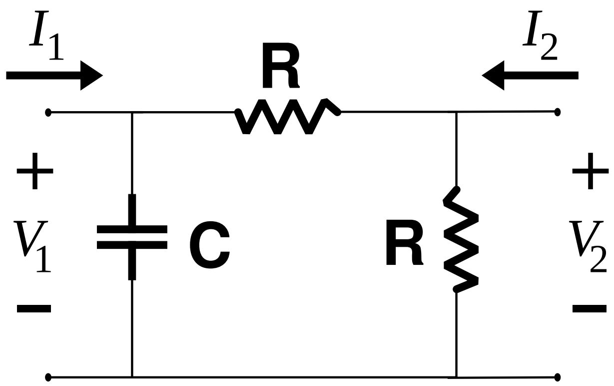


Figura 3:

(a) Calcular las impedancias de vacío para el cuadripolo de la figura 3

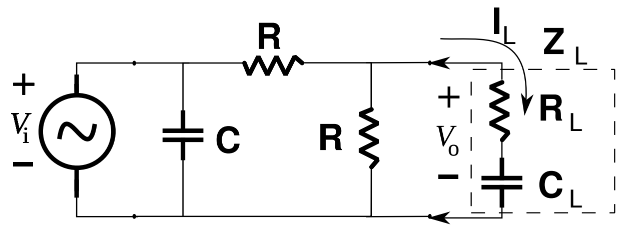


Figura 4:

(b) Calcular el equivalente thevenin desde el secundario

(c) Calcular $v_o(t)$ y la corriente $i_L(t)$ en régimen si $v_i(t) = 10cos(\omega_0 t)$.

Datos:

- $R = R_L = 10\Omega$
- $C = C_L = 10\mu F$
- $\omega = 1000\frac{Rad}{S}$

(d) Realizar un diagrama fasorial incluyendo $V_i$,$V_o$ e $I_L$

(e) Calcular la potencia activa disipada por la impedancia $Z_L$

(f) Si quisiéramos maximizar la potencia activa disipada en $Z_L$: ¿Qué valor tendría que tener esa impedancia?

# Solución

## Problema 1

**(a)** Si miramos la figura 5, reconocemos 3 bloques independientes.

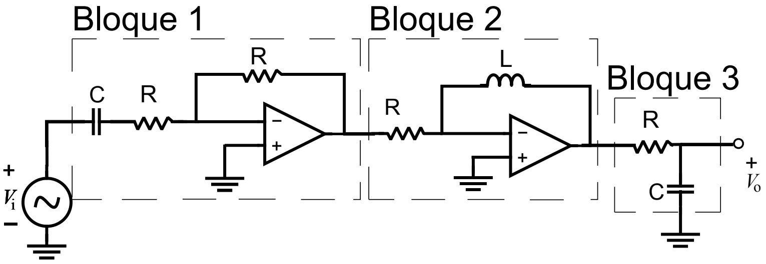


Figura 5:

- Bloque 1: Configuración inversora.

$$H_1(s) = -\frac{RCs}{1 + RCs}$$

- Bloque 2: Configuración inversora.

$$H_2(s) = -\frac{Ls}{R}$$

- Bloque 3: Circuito pasa-bajos.

$$H_3(s) = \frac{1}{1 + RCs}$$

Finalmente:

$$H(s) = H_1.H_2.H_3 = \frac{s^2}{(s + \omega_0)^2}$$

**(b)**

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega + \omega_0)^2}$$

- $\omega << \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{(j\omega)^2}{{\omega_0}^2} = -\frac{\omega^2}{{\omega_0}^2}$
  $\angle H(j\omega) = \pi$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 40.log(\omega) - 20log({\omega_0}^2)$

- $\omega >> \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2} = 1$
  $\angle H(j\omega) = 0$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 0$

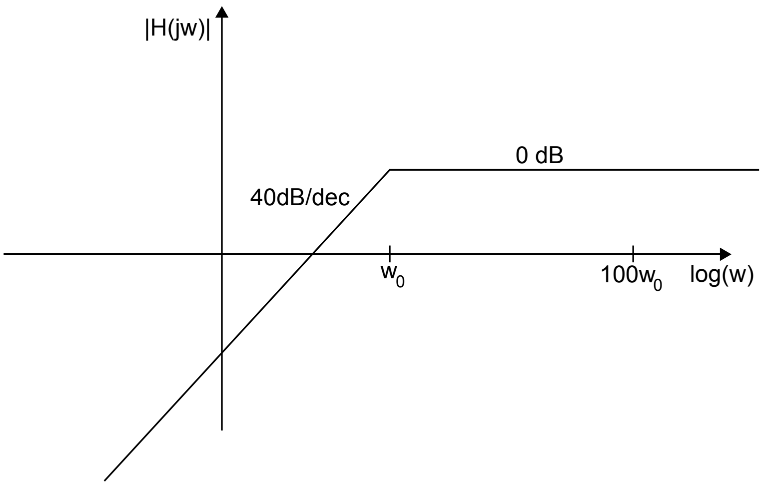


Figura 6:

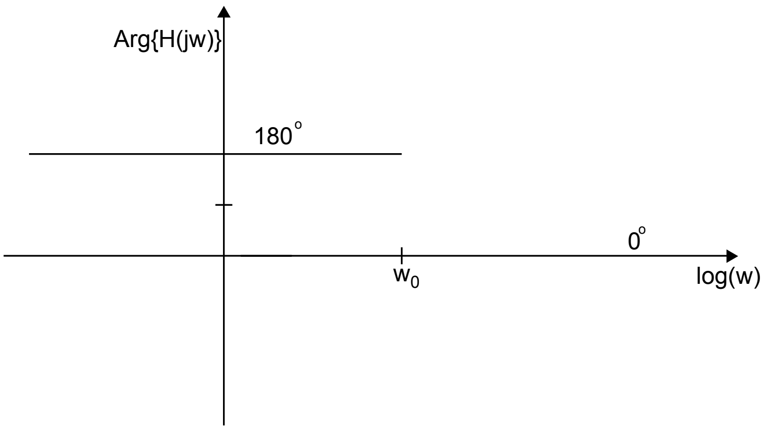


Figura 7:

**(c)**

$$\omega_1 = 100\omega_0$$

Ver diagrama de bode de módulo.

$$|H(j\omega)|_{\omega_1} = \frac{10000\omega^2}{{\omega_0}^2 + 10000{\omega_0}^2} = \frac{10000{\omega_0}^2}{10001{\omega_0}^2} \approx 1$$

**(d)** Es fácil ver que:

$$|H(j\omega)|_{\omega=0} = 0$$

Estamos en presencia de un filtro pasa-altos, con ganancia 0 en $\omega = 0$. Por lo tanto filtrará la componente en continua de cualquier función periódica.
Además también vimos que $|H(j\omega)|_{\omega_1} \approx 1$, y basándonos en el diagrama de bode concluímos que valdrá lo mismo para los múltiplos enteros de dicha frecuencia. Así enntonces sus armónicos no se verán afectados.
Obtendremos finalmente, una señal de salida igual a la original pero sin valor de continua (valor medio nulo). Ver figura 8.

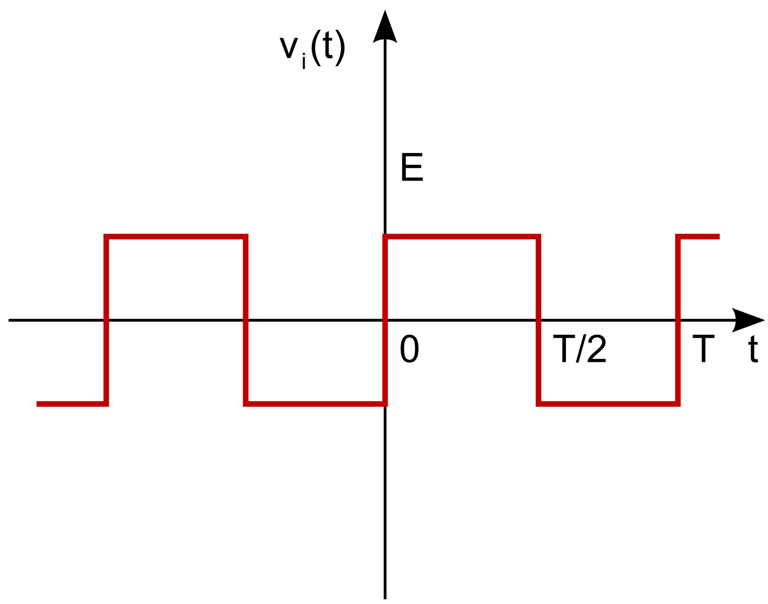


Figura 8:

## Problema 2

**(a)**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$\frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} = Z_{11}$
$V_1 = (2R||\frac{1}{Cs})I_1$

$$Z_{11} = \frac{2R}{2RCs+1}$$

$\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_{21}$
$V_2 = \frac{1}{2}V_1$

$$Z_{21} = \frac{R}{2RCs+1}$$

$\left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_{22}$
$V_2 = ((R + \frac{1}{Cs})||R)I_2$

$$Z_{22} = \frac{R(RCs+1)}{2RCs+1}$$

$\left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_{12}$
$V_1 = (\frac{1}{RCs+1})V_2 = \frac{R(RCs+1)}{2RCs+1}\frac{1}{RCs+1}I_2$

$$Z_{12} = \frac{R}{2RCs+1}$$

**(b)** Basándonos en la figura 9; obtenemos:

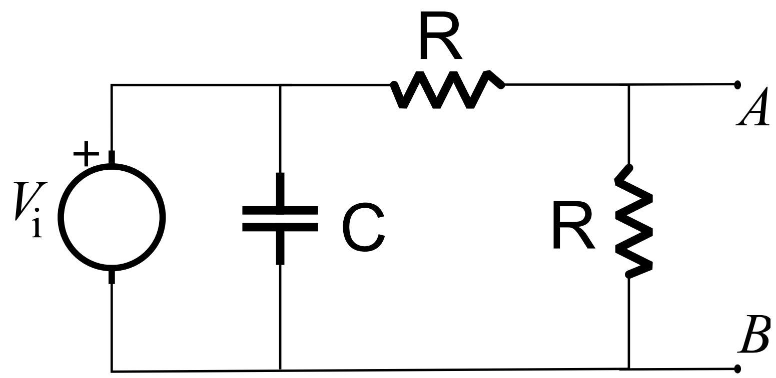


Figura 9:

$$V_{AB} = \frac{V_1}{2}$$
$$Z_v = \frac{R}{2}$$

**(c)** Podemos usar la parte anterior para facilitar las cuentas. Obtenemos entonces la figura 10. Trabajamos en fasores y planteamos:

$$v_i(t) = Re\{\bar{V_i}.\mathrm{e^{j\omega t}}\}; \qquad \bar{\mathrm{V}}_\mathrm{i} = 10\mathrm{V}$$

$$\bar{I_L} = \frac{\bar{V_i}}{2(\frac{R}{2} + R_L + \frac{1}{j\omega C_L})} = \frac{j\omega C_L}{2 + j\omega C_L(R+2R_L)}\bar{V_i}$$

$$\bar{V_o} = (\frac{1}{j\omega C_L} + R_L)\bar{I_L} = (\frac{1+j\omega R_L C_L}{j\omega C_L})(\frac{j\omega C_L}{Rj\omega C_L + 2j\omega C_L R_L + 2})\bar{V_i} = \frac{1+j\omega R_L C_L}{2+j\omega C_L(R+2R_L)}\bar{V_i}$$

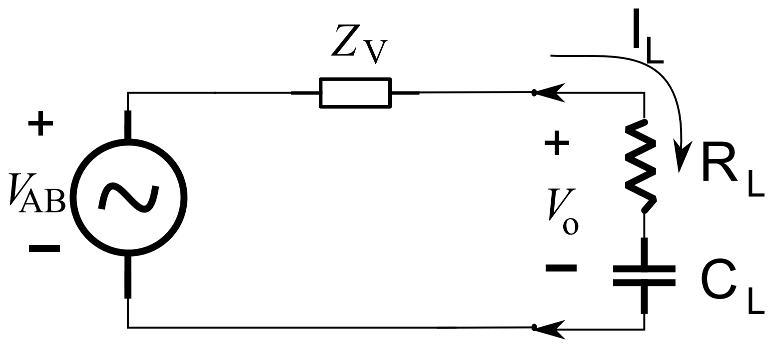


Figura 10:

Sustituyendo con los valores del problema:

$$\bar{I_L} = \frac{0.1j}{2+0.3j}A \qquad |\bar{I_L}| = 0.0497A \quad \angle\bar{I_L} = 81.47^o$$

$$i_L(t) = |\bar{I_L}|cos(\omega t + \angle\bar{I_L})$$

$$\bar{V_o} = \frac{1+0.1j}{2+0.3j}V \qquad |\bar{V_o}| = 0.4969V \quad \angle\bar{V_o} = -2.82^o$$

$$v_o = |\bar{V_o}|cos(\omega t + \angle\bar{V_o})$$

**(d)** Ver figura 11. Ángulos y módulos en el diagrama son aproximados.

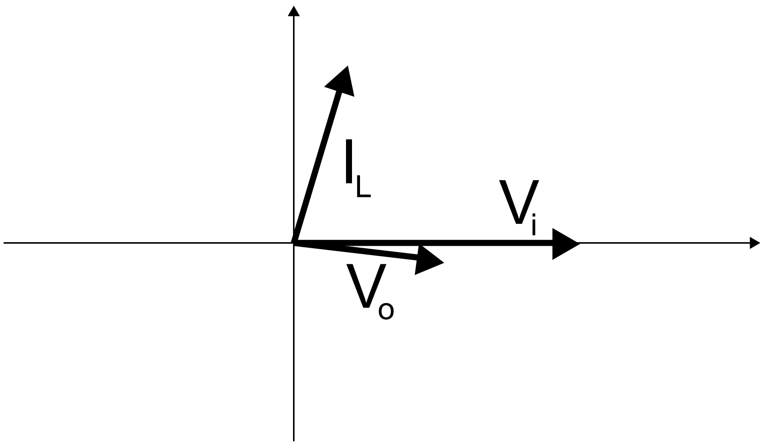


Figura 11:

**(e)**

$$P = \frac{1}{2}Re\{\bar{V_o}.\bar{I_L}^*\} = \frac{1}{2}(0.4969V)(0.0497A)cos(84.29) = 1.2285 \times 10^{-3}W$$

**(f)** Para maximizar la potencia disipada en $Z_L$ se probó en el teórico que:

$$Z_L = {Z_v}^* = \frac{R}{2}$$