Teoría de circuitos
Segundo Parcial

CURE

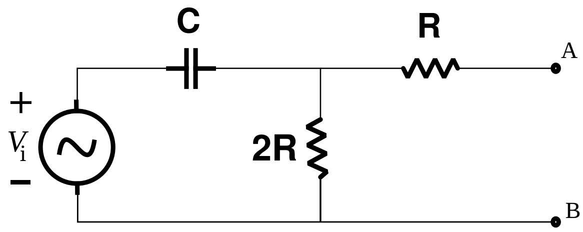
17 de diciembre de 2010

Indicaciones:

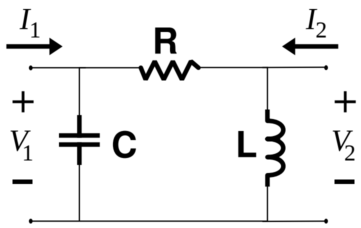
- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deber comenzar en una hoja nueva.Se evaluar explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1

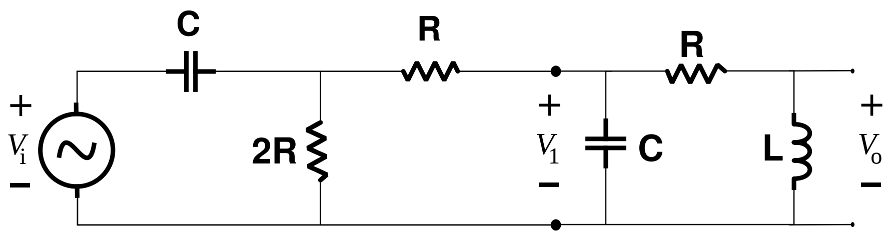
(a) Realizar el equivalente Thevenin desde las terminales A y B siendo nula la carga en el condensador en $t = 0$.



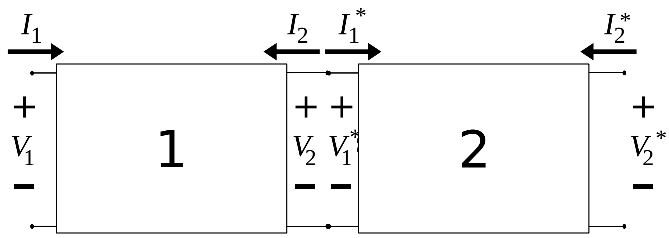
(b) Calcular las constantes generales del cuadripolo de la figura.



(c) Calcular la transferencia $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$ si el secundario esta abierto (corriente nula)[1].



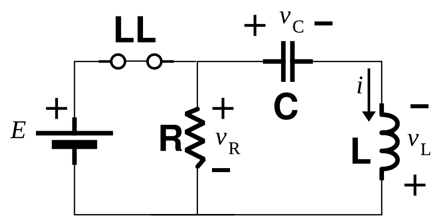
(d) Se interconectan dos cuadripolos en cascada, calcule las constantes generales del nuevo cuadripolo en funcion de las constantes generales de los cuadripolos originales.



[1]Recomendación: primero calcular en función de las constantes generales del cuadripolo y luego sustituir

Problema 2

El circuito de la figura está en régimen y en $t = 0$ se abre la llave LL.



Sea $\frac{R}{L} = \frac{1}{RC} = \omega_0$:

(a) Hallar $i(t)$ para todo $t > 0$. Comparar $i(0^-)$ con $i(0^+)$.

(b) Hallar $v_R(t)$ para todo $t > 0$. Comparar $v_R(0^-)$ con $v_R(0^+)$.

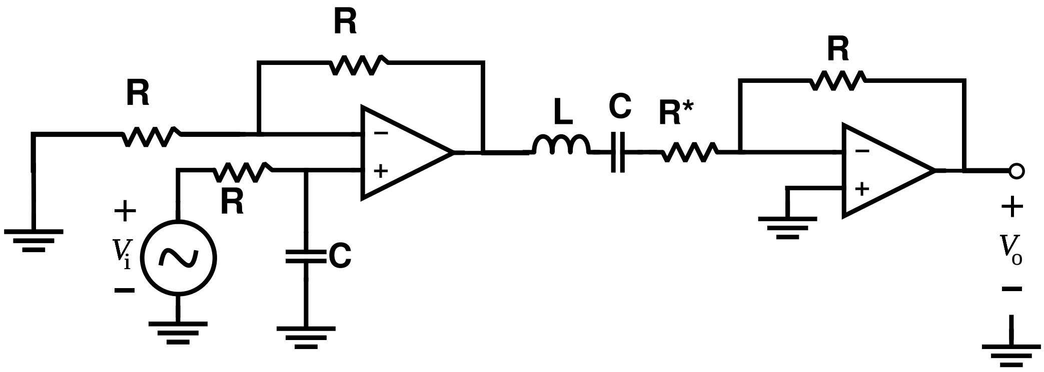
(c) Hallar $v_L(t)$ para todo $t > 0$. Comparar $v_L(0^-)$ con $v_L(0^+)$.

(d) Hallar $v_C(t)$ para todo $t > 0$. Comparar $v_C(0^-)$ con $v_C(0^+)$.

Problema 3

(a) Reconocer bloques y verificar que la transferencia del sistema es:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{200\omega_0^2 s}{(s+\omega_0)(s^2+\omega_0 s+100\omega_0^2)}$$



Datos:

- $\frac{1}{RC} = \omega_0$
- $\frac{1}{LC} = 100\omega_0^2$
- $\frac{R^*}{L} = \omega_0$

(b) Realizar el diagrama asintotico de Bode de módulo y fase. Bosquejar el real

(c) ¿A partir del diagrama de Bode deteterminar qué tipo de filtro es y qué ancho de banda tiene?

(d) ¿Existe alguna frecuencia para la cual la salida en régimen del sistema a una excitación sinusoidal esté en fase con la entrada? En caso afirmativo calcularla y en caso negativo justificar.

Solución

Problema 1

(a) $V_{AB} = \frac{2R}{\frac{1}{Cs}+2R}.V_i(s)$

$$V_{AB} = \frac{2RCs}{1+2RCs}.V_i(s)$$

$Z_v = R + 2R||\frac{1}{Cs} = R + \frac{\frac{2R}{Cs}}{\frac{2RCs+1}{Cs}}$

$$Z_v = \frac{3R+2R^2Cs}{2RCs+1}$$

Obtenemos entonces el circuito equivalente de la figura 1:

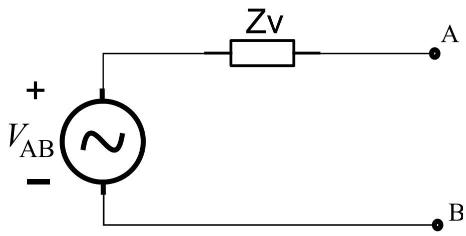


Figura 1: Equivalente thévenin.

(b)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$A = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0}$

$C = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0}$

$B = -\frac{V_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$

$D = -\frac{I_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$

$$A = \frac{R+Ls}{Ls}$$
$$C = \frac{LCs^2+RCs+1}{Ls}$$
$$B = R$$
$$D = 1 + RCs$$

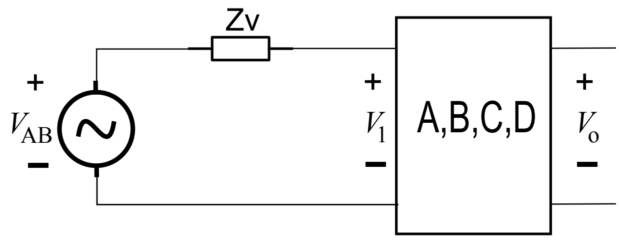


Figura 2: Circuito equivalente.

(c) Se puede trabajar con los equivalentes hallados en las partes anteriores. Ver circuito equivalente en la figura 2 Como V_2 esta abierto, tenemos:

$$\left.\begin{array}{c} V_1 = A.V_2 \\ I_1 = C.V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow V_1 = \frac{A}{C} I_1 = Z$$

$$V_1 = \frac{Z}{Z + Z_v} V_{AB}$$

$$V_o = V_2 = \frac{V_{AB}}{CZ_v + A}$$

$$H(s) = \frac{2RLCs^2}{(R + Ls)(2RCs + 1) + (3R + 2R^2Cs)(LCs^2 + RCs + 1)}$$

(d) Ver teórico.

Problema 2

Vemos que en el régimen, el condensador se comporta como un circuito abierto. Por consiguiente por la bobina no pasará corriente. Se concluye entonces, que en el régimen:

$$\begin{gathered} v_c = E \\ v_R = E \\ v_L = 0 \\ i = 0 \end{gathered}$$

Desde el momento en que abre la llave (LL), podemos modelar el circuito en laplace como en la figura 3.

(a) $\frac{E}{s} = I(s)(R + \frac{1}{Cs} + Ls)$
$I(s) = \frac{E/L}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$
$I(s) = \frac{E/L}{s^2 + \omega_0 s + \omega_0{}^2}$

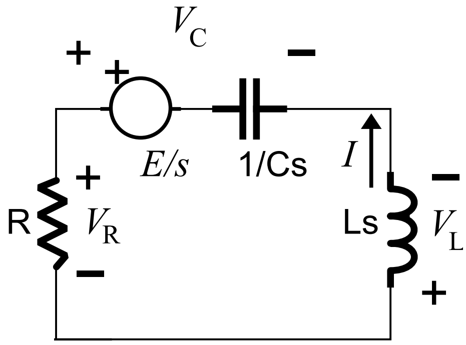


Figura 3: Circuito en laplace.

$$i(t) = \frac{2E}{\sqrt{3}R}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2}t} sen\left(\frac{\sqrt{3}\omega_0}{2}t\right)$$
$$i(0^-) = 0$$
$$i(0^+) = 0$$

(b) $V_R(s) = I(s).R = \frac{E.R/L}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$

$V_R(s) = \frac{E.\omega_0}{s^2+\omega_0 s+{\omega_0}^2}$

$$v_R(t) = \frac{2E}{\sqrt{3}}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2}t} sen\left(\frac{\sqrt{3}\omega_0}{2}t\right)$$
$$v_R(0^-) = 0$$
$$v_R(0^+) = 0$$

(c) $V_L(s) = I(s).Ls = \frac{Es}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$

$V_L(s) = \frac{Es}{s^2+\omega_0 s+{\omega_0}^2}$

$$v_L(t) = \frac{2E}{\sqrt{3}}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2}t} sen\left(\frac{\sqrt{3}\omega_0}{2}t + \pi - Arctg(\sqrt{3})\right)$$
$$v_L(0^-) = 0$$
$$v_L(0^+) = E$$

(d) $V_C(s) = V_R(s) + V_L(s)$

$V_C(s) = \frac{E(s+R/L)}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$

$V_C(s) = \frac{E(s+\omega_0)}{s^2+\omega_0 s+{\omega_0}^2}$

$$v_C(t) = \frac{2E}{\sqrt{3}}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2}t}\left[sen\left(\frac{\sqrt{3}\omega_0}{2}t)\right) + sen\left(\frac{\sqrt{3}\omega_0}{2}t + \pi - Arctg(\sqrt{3})\right)\right]$$
$$v_C(0^-) = E$$
$$v_C(0^+) = E$$

Problema 3

(a) Se reconocen 2 bloques (ver figura 4). El primero es un circuito no inversor mientras que el segundo es un circuito inversor.
Trabajando en laplace y realizando un divisor de tensión vemos que el voltaje

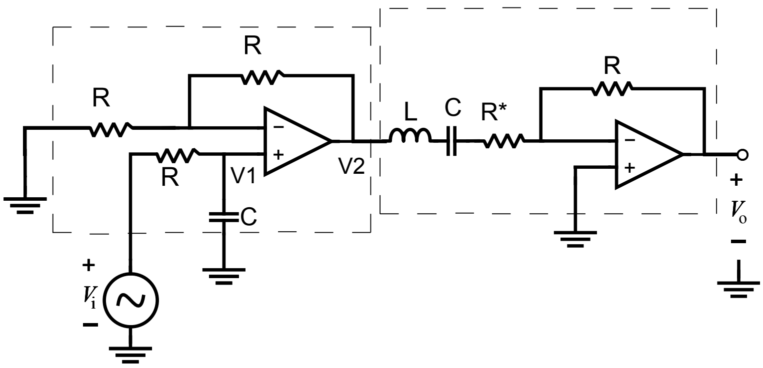


Figura 4: Bloques Problema 3.

de entrada al primer bloque ($V_1(s)$) es:

$$V_1(s) = \frac{\omega_0}{s+\omega_0}.V_i(s)$$

Sea $V_2(s)$ el voltaje a la salida del primer bloque (y a la entrada del segundo):

$$V_2(s) = 2.V_1(s) = 2.\frac{\omega_0}{s+\omega_0}.V_i(s)$$

Sea $\frac{Z'}{Z}$ la transferencia de un circuito inversor. Y sean en este caso $V_2(s)$ y $V_o(s)$ los voltajes de entrada y salida al circuito respectivamente:

$$V_o(s) = -\frac{RCs}{LCs^2+R^*Cs+1}V_2(s) = -2.\frac{\frac{R}{L}s}{(s^2+\frac{R^*}{L}s+\frac{1}{LC})}.\frac{\omega_0}{(s+\omega_0)}.V_i(s)$$
$$V_o(s) = -2.\frac{100\omega_0 s}{(s^2+\omega_0 s+100\omega_0{}^2)}.\frac{\omega_0}{(s+\omega_0)}.V_i(s)$$

$$H(s) = -\frac{200\omega_0{}^2 s}{(s^2+\omega_0 s+100\omega_0{}^2)(s+\omega_0)}$$

(b)

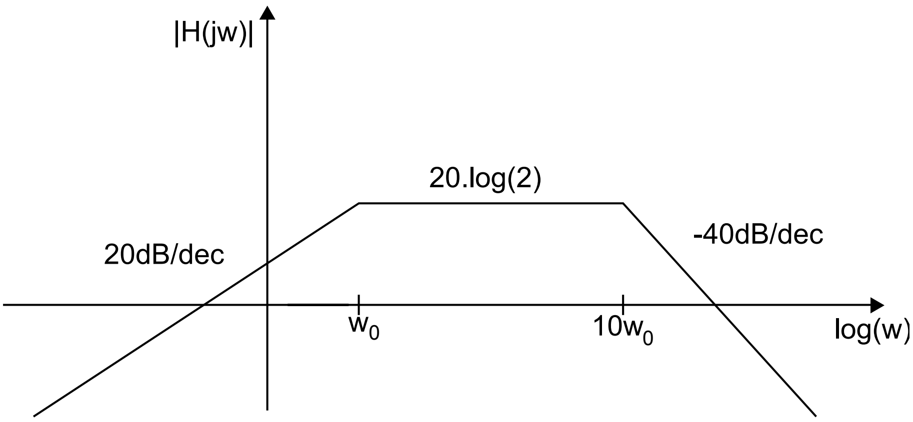
$$H(j\omega) = -\frac{200\omega_0^2.j\omega}{(j\omega+\omega_0)((j\omega)^2+\omega_0.j\omega+(10\omega_0)^2)}$$

- $\omega \ll \omega_0$: $H(j\omega) \approx -\frac{200\omega_0^2.j\omega}{\omega_0.(10\omega_0)^2} = -\frac{2\jmath\omega}{\omega_0}$
  $Arg(H(j\omega)) = \frac{3\pi}{2}$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 20log(\frac{2}{\omega_0}) + 20log(\omega)$

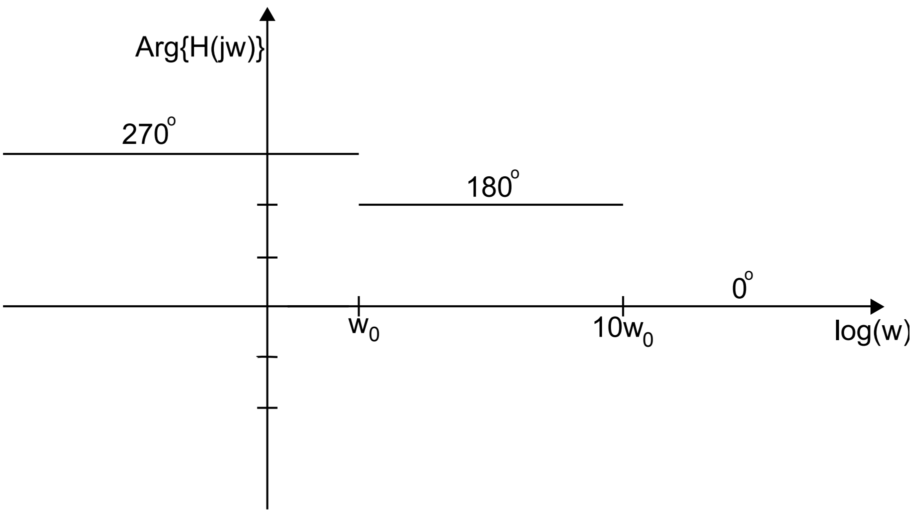
- $\omega_0 \ll \omega \ll 10\omega_0$: $H(j\omega) \approx -\frac{200\omega_0^2.j\omega}{j\omega.(10\omega_0)^2} = -2$
  $Arg(H(j\omega)) = \pi$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 20log(2)$

- $10\omega_0 \ll \omega$: $H(j\omega) \approx -\frac{200\omega_0^2.j\omega}{j\omega.(j\omega)^2} = \frac{200\omega_0^2}{\omega^2}$
  $Arg(H(j\omega)) = 0$
  $|H(j\omega)|_{dB} = 20log(200\omega_0^2) - 40log(\omega)$

  En la figura 5 los diagramas de bode asintóticos de módulo y fase de $H(s)$.



(a) Diagrama de bode de módulo.



(b) Diagrama de bode de fase.

Figura 5: Diagramas de bode asintóticos.

(c) Es un filtro pasabanda. De ancho de banda una década.

(d) No, no existe. Vemos que cuando $\omega \gg \omega_0$ la fase de la transferencia $H(s)$ tiende a cero pero ese valor nunca es alcanzado.
Podemos afirmar entonces que NO existe ω_1 tal que $\angle H(j\omega)\big|_{\omega_1} = 0$.