Teoría de circuitos
Segundo Parcial

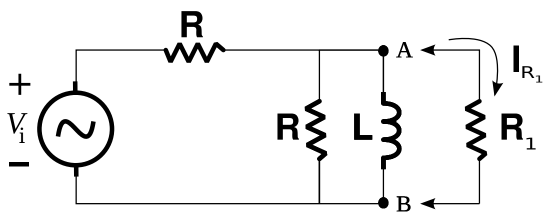
CURE

28 de mayo de 2010

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deber comenzar en una hoja nueva.Se evaluar explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [15 pts.]



El circuito de la figura se alimenta con una fuente $v_i = Y(t)$.

Se pide:

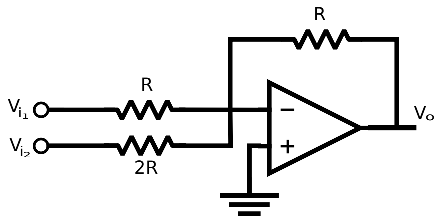
(a) Realizar el equivalente Thevenin desde las terminales A y B siendo nula la corriente por la bobina en $t = 0$.

(b) Entre las terminales A y B se conecta una resistencia R_1. Calcular la corriente $I_{R_1}(s)$ por esa resistencia.

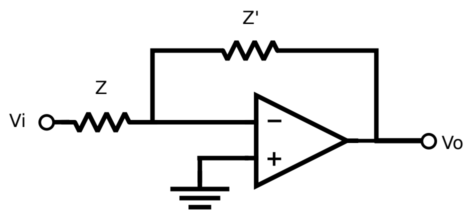
(c) Calcular $i_{R_1}(t)$ en las mismas condiciones de la parte anterior.

Problema 2 [30 pts.]

(a) Calcular V_o en funcion de V_{i_1} y V_{i_2}.

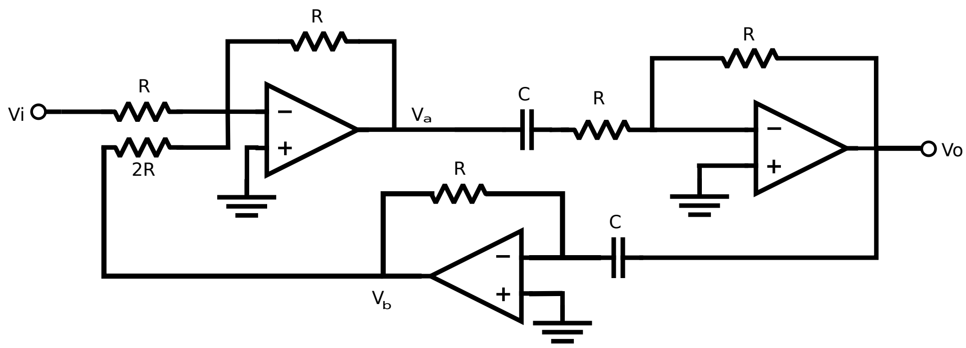


(b) Calcular V_o en funcion de V_i.



El siguiente circuito tiene como entrada V_i y salida V_o y ademas:

- $\frac{\sqrt{2}}{RC} = \omega_0$



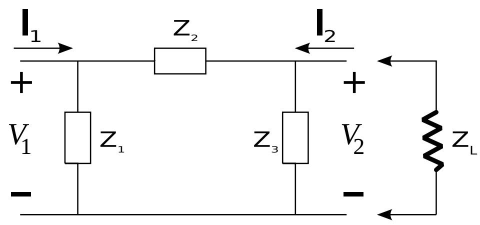
(c) Verificar que la transferencia total es:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{2s}{RC[s^2 + \frac{2}{RC}s + \frac{2}{(RC)^2}]}.$$

(d) Realizar un diagrama de bode asintótico indicando los valores exactos en los puntos notables

(e) Sea $v_i(t) = cos(\omega_0 t)$, hallar la salida en régimen $v_o(t)$.

Problema 3 [15 pts.]



Para el cuadripolo de la figura calcular:

(a) Calcular la matriz de impedancias de vacio Z del cuadripolo

(b) Calcular la transferencia $H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ cuando el circuito esta sin carga (el secundario abierto).

(c) Calcular la transferencia $H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ cuando se carga con Z_L el secundario.

Solución

Problema 1

(a) Calculamos V_{AB} aplicando la formula del divisor de tensión entre el paralelo $R||Ls$ con R:

$$V_{AB} = V_i \frac{RLs}{R+Ls} \frac{1}{\frac{RLs}{R+Ls}+R}$$

Hay que tener en cuenta que $V_i(s) = L(v_i(t)) = \frac{1}{s}$
Para calcular la impedancia vista Z_v anulamos la fuente y mirando desde AB reconocemos que las dos resistencias y la bobina quedan en paralelo por lo que:

$$Z_v = R||R||Ls = [\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls}]^{-1}$$

Haciendo cuentas obtenemos:

$$Z_v = [\frac{2}{R} + \frac{1}{Ls}]^{-1} = \frac{RLs}{2[\frac{R}{2}+Ls]} = \frac{RLs}{R+2Ls}$$

(b) Del teorema de Thevenin sabemos que $I_{R_1}(s) = \frac{V_{AB}}{Z_v+R_1}$, operando obtenemos:

$$I_{R_1}(s) = \frac{V_i Ls}{RLs + RR_1 + 2R_1 Ls}$$

sustituyendo V_i

$$I_{R_1}(s) = \frac{L}{RLS + RR_1 + 2R_1 Ls} = \frac{1}{[s + \frac{RR_1}{L(R+2R_1)}](R+2R_1)}$$

(c) Antitransformamos directamente $I_{R_1}(s)$.

$$i_{R_1}(t) = \frac{1}{R+2R_1} e^{-\frac{RR_1}{L(R+2R_1)}t}$$

Problema 2

(a) Configuración sumador inversor. Se puede calcular por superposición, quedando una configuración inversora con cada fuente con distintas constantes.

$$V_o = -V_{i1} - \frac{V_{i2}}{2}$$

(b) Configuracón inversora:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z'}{Z}$$

(c) Utilizando las partes anteriores llegamos a las ecuaciones del circuito:

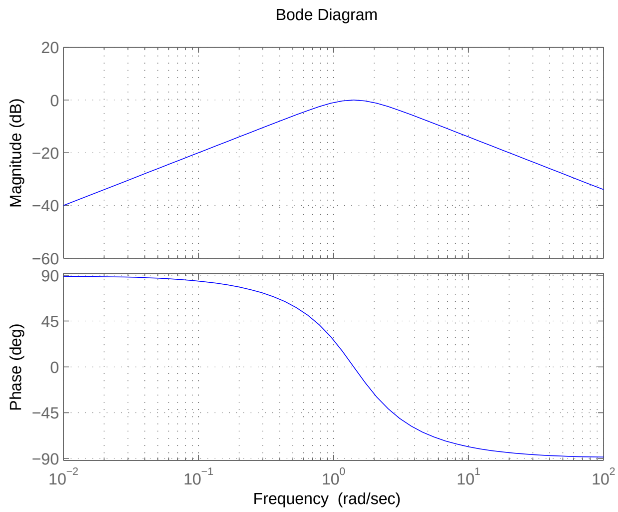
$$\begin{cases} V_a = -V_i - \frac{V_b}{2} \\ V_b = -RCsV_o \\ V_0 = -\frac{R}{R+\frac{1}{Cs}}V_a \end{cases}$$

Sustituyendo y despejando:

$$-V_o\frac{R+\frac{1}{Cs}}{R} = -V_i + \frac{RCs}{2}V_o \Rightarrow$$

$$H(s) = \frac{2s}{RC[s^2 + \frac{2}{RC} + (\frac{s}{RC})^2]}$$

(d) En la gráfica se muestra el diagrama de bode con RC=1.



El único punto notable es ω_0, siendo $H(j\omega_0) = 1$

(e) La salida en régimen será:

$$v_o(t) = |H(j\omega_0)|cos(\omega_0 t + arg(H(j\omega_0)))$$

Como $H(j\omega_0) = 1$ la salida es igual a la entrada.

$$v_o(t) = cos(\omega_0 t)$$

Problema 3

(a) Calculamos las impedancias de vacio:

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3}$$

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$$

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{Z_3(Z_2+Z_1)}{Z_1+Z_2+Z_3}$$

(b) Como el circuito esta sin carga la corriente $I_2 = 0$. Calculamos directamente:

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{Z_3}{Z_2+Z_3}$$

(c) Se puede calcular utilizando que $V_2 = -Z_L I_2$, pero lleva bastantes cuentas. Otra forma es considerar un cuadripolo idéntico al caso anterior en donde $Z_3' = Z_3 || Z_L$. Obtenemos

$$H(s) = \frac{Z_3'}{Z_2+Z_3'} = \frac{Z_3 Z_L}{Z_3+Z_L}\frac{1}{(Z_2+\frac{Z_3 Z_L}{Z_3+Z_L})}$$

$$H(s) = \frac{Z_3 Z_L}{Z_2(Z_3+Z_L)+Z_3 Z_L}$$