Teoría de circuitos
Primer Parcial

CURE

13 de Mayo de 2022

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá comenzar cada problema o pregunta en una hoja nueva.
- Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [20 pts.]

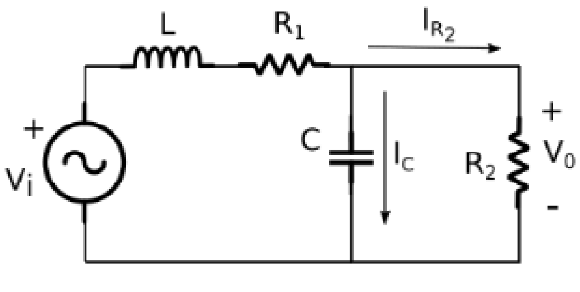

Figura 1.1

Datos:

- $v_{i1}(t) = 110\cos(2\pi 50t)V$
- $R_1 = R_2 = 100\ \Omega$
- $C = 10\ uF$
- $L = 0.1\ Hy$

(a) Realice el diagrama fasorial con todos los fasores involucrados en el circuito de la figura 1.1. Ahora mencione los cambios en el diagrama fasorial si la entrada fuera $v_{i2}(t) = 220\,\mathrm{sen}(2\pi 50t)V$

(b) Demostrar que la transferencia $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1/LC}{jw^2+jw(1/R_2C+R_1/L)+\frac{R_1}{R_2CL}+1/LC}$

.

(c) Deducir $v_o(t)$. ¿Cuál sería $v_o(t)$ si la entrada fuera $v_{i1}(t) + v_{i2}(t)$?

(d) Definir potencia activa, reactiva y aparente. Calcular la potencia consumida por el circuito. ¿Qué elemento utilizaria a los efectos de compensar el consumo de potencia reactiva? Indique su valor y donde lo colocaría en el circuito.

Problema 2 [10 pts.]

Considere la siguiente función de transferencia:

$$H(j\omega) = \frac{10\omega_0(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)^2} \tag{1}$$

(a) Dibuje los diagramas de Bode (Módulo y Fase) asintóticos correspondientes, identificando magnitudes graficadas en cada eje y valores notables

(b) Halle la diferencia en módulo (en dB) entre el diagrama asintótico y el diagrama real, en la frecuencia de corte

(c) Suponga que cuenta con un circuito que tiene la función de transferencia bajo análisis. Si se le aplica una entrada al circuito $v_i(t) = cos(10\omega_0 t)$ ¿Cuál será la salida $v_0(t)$?

NOTA: Fundamente todos los cálculos e hipótesis realizadas

Problema 3 [10 pts.]

En el circuito de la figura 1 el capacitor se encuentra inicialmente descargado y la llave (sw) abierta. En un instante t=0 se cierra la llave:

(a) Halle el voltaje en el capacitor en el dominio de Laplace $V_C(s)$

(b) Halle la abscisa de convergencia para $V_C(s)$

(c) Halle $V_C(t)\ \forall\ t > 0$

(d) Halle el voltaje en bornes de la fuente de corriente $\forall\ t > 0$

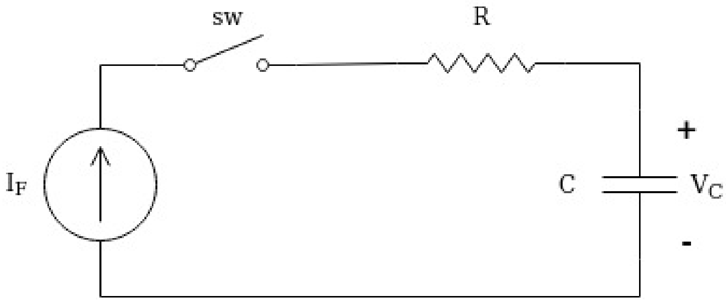

Figura 1: Circuito RC

Solución

Problema 1

(a) Haciendo el paralelo(z) entre C y R_2. Luego aplicando el divisor de tension sobre esa impedancia obtenemos: $V_o = \frac{V_i z}{Ljw+R_1+z}$.
$V_{R2} = V_o = 55e^{-17,4^o j}$
$I_C = \frac{V_c}{jwC} = 0,18e^{72,6^o j}$
$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = 0,55e^{-18,4^o j}$
$I_L = I_{R1} = I_c + I_{R2} = V_c(1/R_2 - cwj) = 0,6e^{-0,38^o j}$
$V_{R1} = I_{R1} R_1 = 6,0e^{-0,38^o j}$
$V_L = I_L Ljw = 18,8e^{89,62^o j}$

Luego con la entrada $v_i 2(t)$ la diferencias es que el diagrama fasorial queda todo rotado $\pi/2$ en sentido antihorario y las magnitudes x2.

(b) Haciendo el paralelo entre C y R_2 y luego aplicando el divisor de tensión sobre esa impedancia se llega a la transferencia pedida.

(c) Si la entrada es $v_i 1(t) = 110cos(wt)$, la salida es la misma amplificada por el módulo de la transferencia del sistema, y con un desfasaje que es el argumento de la transferencia, es decir $v_{o1}(t) = 110|H(jw)|cos(wt + arg(H(jw))$. Si la entrada es $v_{i2}(t) = 220\,\mathrm{sen}(2\pi 50t)V$, la salida es $v_o 2(t) = 220|H(jw)|sen(wt + arg(H(jw))$. Como el sistema es lineal, una combinación lineal de las entradas es una combinación lineal de las salidas.

(d) La potencia aparente se define como $S = \frac{VI^*}{2} = (P + Qj)VA$. Donde P es la potencia activa y $[P] = W$, y Q es la potencia reactiva $[Q] = VAr$
$S = \frac{V_i I^*}{2} = \frac{|I_L|^2}{2z_T} \rightarrow P > 0$ y $Q < 0$. Por lo tanto el circuito esta entregando potencia reactiva. Para compensar ponemos una bobina en paralelo con la

fuente. El valor de la bobina debe cumplir la condicion: z_{T2}(impedancia total del circuito luego de colocar un inductor en paralelo a la fuente), tal que $Im(z_{T2}) = Im(\frac{wL_{comp}j*Z_T}{wL_{comp}j+Z_T}) = 0$

Problema 2

(a) $H(jw) = \frac{10w_o(wj)}{(w_o+wj)^2}$

1- $w \ll w_o$

$H(jw) = \frac{10w_o(wj)}{(w_o)^2} = \frac{10jw}{w_o}$
$|H(jw)|(dB) = 20[log(10/w_o) + log(w)]$
$Arg(H(jw)) = 90^o$ ó -270^o

2- $w \gg w_o$

$H(jw) = \frac{10w_o}{(wj)}$
$|H(jw)|(dB) = 20[log(10w_o) - log(w)]$
$Arg(H(jw)) = -90^o$ ó 270^o

(b) $|H(jw_o)| = \frac{10w_o^2 j}{w_o+w_oj|^2=5}$
$|H(jw_o)|(dB) = 20log(5)dB$
$|H(jw)|_a = |\frac{10w_oj}{w_o}| = 10 \rightarrow |H(jw)|(dB) = 20db$
$|H(jw)| - |H(w_oj)|_a = 20lgo(5) - 20 = 20(log(5) - 1) \ \ -6dB$

(c) $v_o(t) = |H(10w_oj)cos(10w_ot + arg(H(j10w_o))|$, dado que estoy trabajando muy por arriba de la frecuencia de corte, no se pierde precision por usar la aproximacion correspondiente de H(jw).
$H(10w_oj)\ \frac{10w_o}{10w_oj} = -j \rightarrow |H(j10w_o)| = 1$
$Arg(H(10w_oj)) = -90^o$
$\rightarrow v_o(t) = cos(10w_ot - \pi/2)$

Problema 3

(a) Dado que el condensador esta descargado $V_C(t=0) = , \forall t > 0$ tenemos el equivalente en laplace del circuito, $V_C(s) = \frac{1}{Cs}\frac{I_F}{s}$.

(b) Recordando que $V_C(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_C(t)e^{-st}dt = \frac{I_F}{C}\frac{1}{s^2}$ la integral converge o existe siempre que $s > 0$

(c) Usando la tabla de transformada de Laplace obtenemos que
$v_C(t) = Y(t)t\frac{I_F}{C}$, $\forall t > 0$

(d) $v_F(t) = v_R(t) + v_C(t) = Y(t)RI_F + Y(t)t\frac{I_F}{C}$