Teoría de circuitos
Primer Parcial

CURE

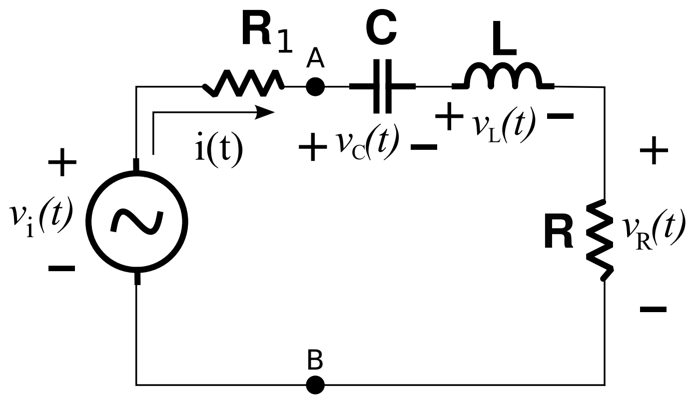
17 de mayo de 2016

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 (13 pts.)

Dado el circuito de la figura:



con los siguientes parámetros:

- $v_i(t) = V \cos \omega_0 t$
- $\omega_0 = 2\pi * 50$
- $V = 240V$
- $L = 50mHy$

- $R = 20\Omega$
- $R_1 = 1\Omega$
- $C = 100\mu F$

se pide:

(a) Calcule los fasores I, V_R, V_C y V_L

(b) Realice un diagrama fasorial que incluya los fasores calculados en la parte anterior y el fasor asociado a la fuente V_i.

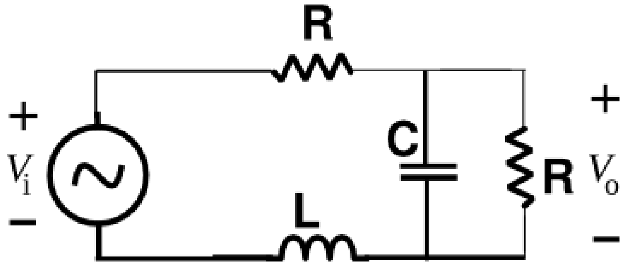
(c) Calcula la potencia activa, reactiva y aparente entregada por la fuente.

(d) Calcular el valor de la impendancia equivalente Z_{eq} vista desde los puntos A y B.

(e) Compensar la potencia reactiva conectando una nueva componente considerando que solo puede acceder a los bornes A y B de la fuente. Indique qué componente, cuál es su valor y como lo conectaría.

(f) Calcular el valor de la impedancia (luego de realizar la compensación) Z_{total} y verificar la compensación. Si disponemos de impedancias de valor Z_{total}, cuantas impedancias tendremos que conectar en paralelo (entre A y B) para maximizar la potencia entregada por la fuente? [1]

Problema 2 (12 pts.)



Dado el circuito de la figura, se pide:

(a) Sabiendo que $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{2}}{RC}$.

Determine la transferencia del circuito $H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i}$ y verifique que es de la forma:

$H(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{(\omega_0)^2}{(j\omega)^2+2j\zeta\omega\omega_0+(\omega_0)^2}$, calculando el valor de ζ.

(b) Realice el diagrama asintótico de módulo y fase de Bode, y bosqueje el real. Calcule el módulo y fase de la transferencia a la frecuencia ω_0. ¿Cuántos decibeles de diferencia hay entre el Bode real y el asintótico a esa frecuencia?

[1] Recordar la condición de máxima transferencia de potencia

(c) ¿Cuál será la respuesta del circuito en régimen ante una entrada de voltaje continua? Justifique.

(d) Realice tres diagramas fasoriales en donde se incluyan V_i y V_o a las frecuencias $\frac{\omega_0}{10}$, ω_0 y $10\omega_0$. Para esto puede utilizar las aproximaciones del diagrama de Bode y la respuesta a la parte b).

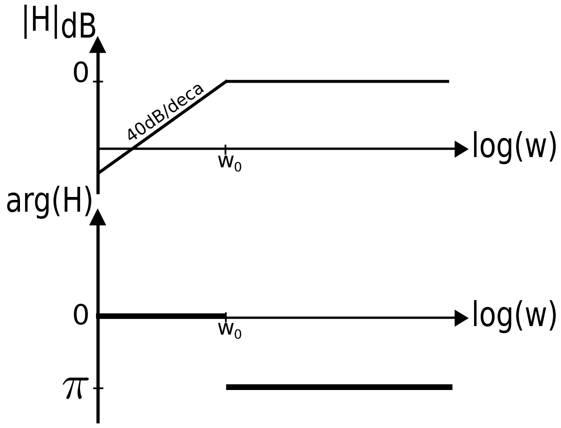
(e) Calcule la salida $v_o(t)$ ante las siguientes entradas:

- $v_1(t) = A\cos\frac{\omega_0}{10}t$
- $v_2(t) = A\cos 10\omega_0 t$
- $v_3(t) = A\cos 10\omega_0 + A\cos\frac{\omega_0}{10}t$

Pregunta (5 pts.)

- Indique a cual de las siguientes transferencias corresponde el diagrama de Bode de la figura:

1. $\frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2+\omega_0 j\omega+\omega_0^2)}$
2. $\frac{-(j\omega)^2}{(j\omega+\omega_0)^2}$
3. $\frac{j\omega\omega_0}{(j\omega)^2+\frac{\omega_0 j\omega}{\sqrt{2}}+\omega_0^2}$
4. $\frac{10(j\omega)}{(j\omega)^2+\omega_0 j2\omega+\omega_0^2}$



- En la igualdad $Re\{ze^{j\omega_0 t}\} = Acos(\omega_0 t + \phi)$, probar que:

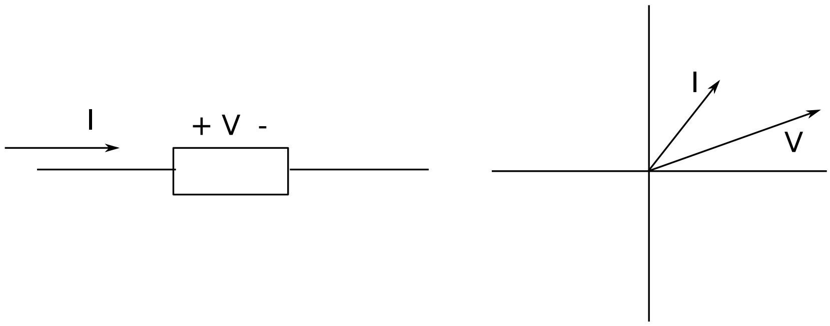
$$A = |z|$$

$$\phi = arg(z)$$

- Dado el diagrama de Bode asintótico de la figura, determine la salida cuando la entrada es $V_i = 10cos(\frac{\omega_0}{10}t)$ y $V_i = 10cos(10\omega_0 t)$. ¿Existe alguna frecuencia de trabajo tal que la salida está en fase con la entrada? Justifique.

Pregunta (5 pts.)

Defina la potencia activa, reactiva y aparente y explique cómo se vinculan con el factor de potencia.



El diagrama fasorial de la figura corresponde al voltaje y la corriente por un elemento dado (con las convención de polaridades de la figura). Responda si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones justificando claramente su respuesta.

1. La potencia activa es mayor a cero.
2. La potencia reactiva es mayor a cero.
3. La potencia aparente es real.
4. El elemento consume energía.
5. El elemento entrega energía.

Solución

Problema 1

(a) Primero calculamos la corriente I:

$$I = \frac{V_I}{R_1 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

luego los voltajes correspondientes:

$$V_R = \frac{V_I R}{R_1 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$V_L = \frac{V_I L j\omega}{R_1 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$V_C = \frac{V_I}{(j\omega C)(R_1 + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})}$$

Sustituyendo con los valores indicados obtenemos:

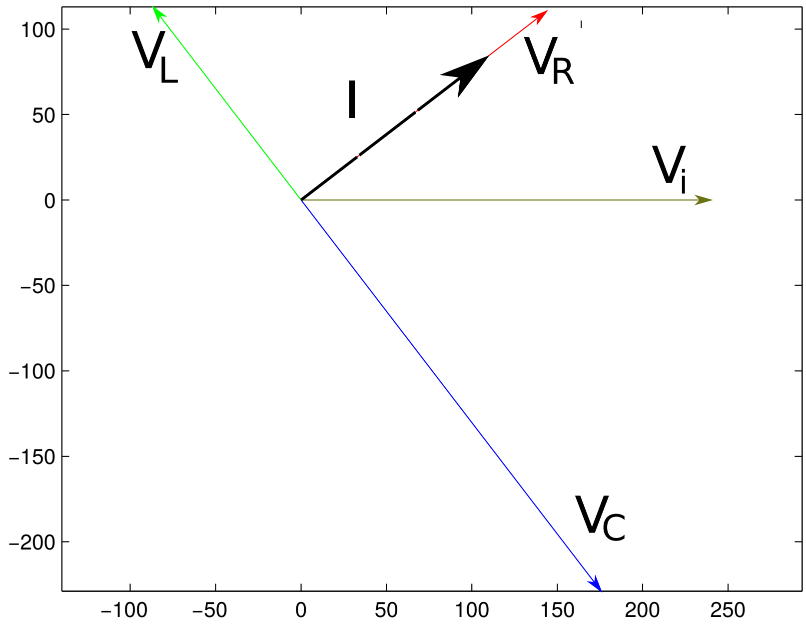
$$I = 7,19 + j5,52A$$

$$V_R = 143,8 + j110,41V$$

$$V_L = -86,71 + j112,94V$$

$$V_C = 175,72 - j228,87V$$

(b)



(c)

$$S = V * I^*/2 = 1.0878e^{j0,65}$$

$$P = Re(S) = 862,83$$

$$Q = Im(S) = -662.44$$

(d)

$$Z_eq = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 20 - j16.12$$

(e) Colocamos un elemento de reactancia X_{comp} en paralelo de forma que Z_eq sea real. Para esto se debe cumplir que:

$$Im[Z_total] = Im[jX_{comp}||Z_{eq}] = 0$$

Trabajamos con las admitancias para facilitar los cálculos:

$$Im[\frac{1}{Z_total}] = Im[\frac{1}{Z_eq}] - Im[\frac{j}{X_{comp}}] = 0$$

$$Im[\frac{1}{Z_eq}] - \frac{1}{X_{comp}}] = 0$$

$$\frac{1}{X_{comp}} = Im[\frac{1}{Z_{eq}}]$$

$$X_{comp} = \frac{1}{Im[\frac{1}{Z_{eq}}]} = 40.93$$

Como $X_{comp} > 0$ debemos colocar una bobina:

$$X_{comp} = L\omega \rightarrow L = \frac{X_{comp}}{\omega} = 120mHy$$

Otra posibilidad era hacerlo en serie.

(f)

$$Z_{total} = 33\Omega$$

Por lo tanto para que la transferencia sea máxima la impedancia equivalente tiene que e igual a la de la fuente conjugada. $Z_{fuente} = Z^*_{carga}$

$$Z_{carga} = \frac{Z_{total}}{n} = Z_{fuente} = 1 \rightarrow n = 33$$

Problema 2

(a) Realizando un divisor de tensión obtenemos:

$$V_o = V_i \frac{\frac{LRj\omega}{Lj\omega+R}}{\frac{1}{Cj\omega} + \frac{LRj\omega}{Lj\omega+R}}$$

Operando, obtenemos:

$$V_o = V_i \frac{LRj\omega}{\frac{Lj\omega+R}{Cj\omega} + LRj\omega}$$

$$V_o = V_i \frac{LCR(j\omega)^2}{Lj\omega + R + CLR(j\omega)^2}$$

$$V_o = V_i \frac{LC(j\omega)^2}{LC(j\omega)^2 + \frac{L}{R}j\omega + 1}$$

$$V_o = V_i \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{1}{RC}j\omega + \frac{1}{LC}}$$

Finalmente:

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{1}{RC}j\omega + \frac{1}{LC}}$$

Donde $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, $\frac{1}{RC} = \omega_0$ y entonces $\zeta = 0,5$.

(b) Queremos realizar el diagrama asintótico de Bode para la transferencia $H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 2j\zeta\omega\omega_0 + (j\omega_0)^2}$.
Estudiemos el caso para el cual $\omega << \omega_0$:

$$H(j\omega) \approx \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2}$$

$$|H|db = 40log(\omega) - 40log(\omega_0)$$

$$arg(H) = \pi$$

(c)

(d)

(e)