Teoría de circuitos
Primer Parcial

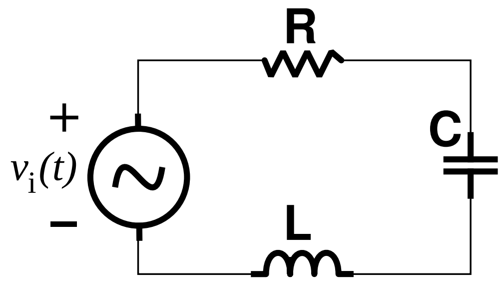
CURE

20 de mayo de 2014

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 (14 pts.)



Dado el circuito de la figura, con:

- $v_i(t) = V \cos \omega_0 t$
- $V = 100V$
- $\omega_0 = 200$
- $L = 10mHy$
- $R = 8\Omega$
- $C = 500\mu F$

se pide:

(a) Calcule los fasores I, V_R, V_C y V_L

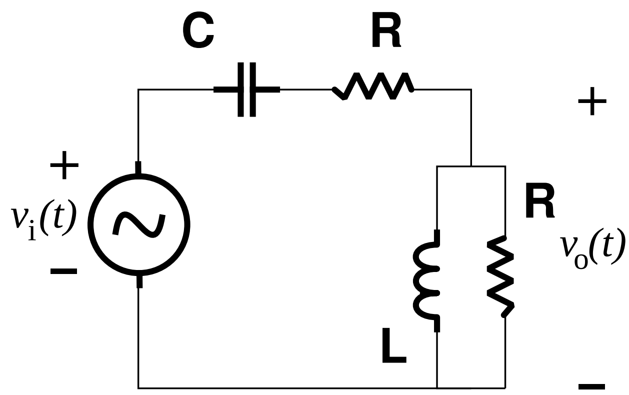
(b) Realize un diagrama fasorial que incluya los fasores calculados en la parte anterior.

(c) Calcula la potencia activa, reactiva y aparente entregada por la fuente.

(d) ¿El circuito presenta un comportamiento inductivo o capacitivo?

(e) ¿Existe alguna frecuencia ω_1 a la que el circuito se comporte de forma resistiva? Justificar la respuesta y en caso de que exista, calcularla.

Problema 2 (14 pts.)



Del circuito de la figura sabemos que $\frac{1}{RC} = \frac{R}{L} = \sqrt{2}\omega_0$.

(a) Calcular la transferencia $H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i}$ y verificar que sea:

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{2[(j\omega)^2 + j\omega\omega_0\sqrt{2} + \omega_0^2]}$$

(b) Realizar un diagrama asintótico de Bode y bosquejar el real

(c) Observando el diagrama asintotico de Bode; que tipo de filtro se trata?

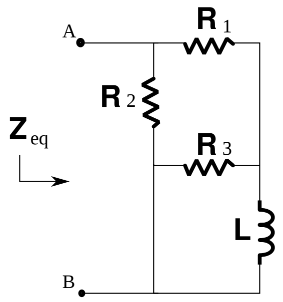
(d) Calcule la expresión de $v_o(t)$ para la entrada $v_i(t) = 100\cos(\omega_0 t)$.

Pregunta (6 pts.)

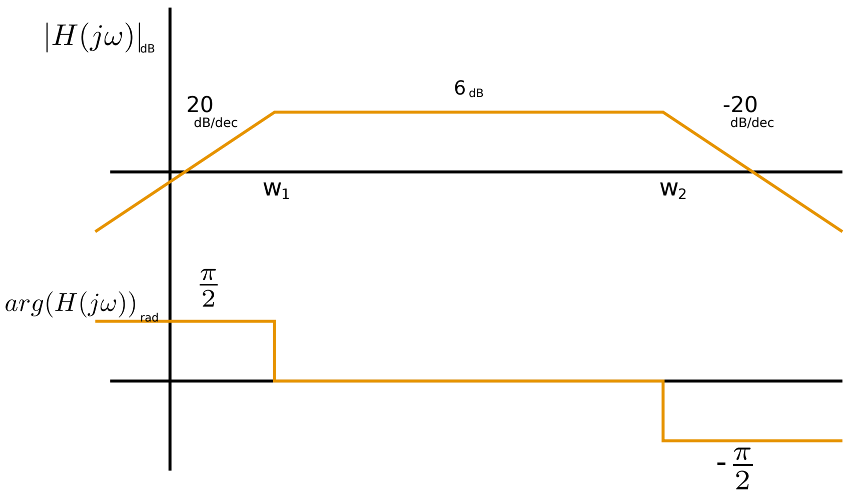
(a) Defina cuando dos componentes están conectadas en serie.

(b) Defina cuando dos componentes están conectadas en paralelo.

(c) Dado el circuito de la figura calcula la impedancia equivalente Z_{eq} desde los puntos A y B.



Pregunta (6 pts.)



Dado el diagrama de Bode de la figura:

(a) A cual de las siguientes funciones de transferencia corresponde:

- $H_1 = \frac{\sqrt{2} j\omega\omega_2}{(j\omega+\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$
- $H_2 = \frac{j\omega\omega_1}{(j\omega+\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$
- $H_3 = \frac{2j\omega\omega_2}{(j\omega+\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$
- $H_4 = 2\frac{j\omega\omega_2}{(j\omega-\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$
- $H_5 = \frac{4j\omega_1\omega_2}{(j\omega-\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$

Solución

Problema 1

(a) Comenzaremos por calcular la intensidad I.
Luego por la Ley de Ohm:

$$I = \frac{V_i}{Lj\omega + R + \frac{1}{Cj\omega}}$$

Obtenemos:

$$I = \frac{V}{R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})}$$

Finalmente:

$$I = (6,25 + 6,25j)A = 8,8e^{\frac{\pi}{4}j}A$$

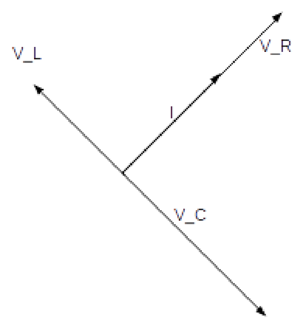
Luego haciendo divisor de tensión encontramos:

$$V_R = IR = (50 + 50j)V = 70,4e^{\frac{\pi}{4}j}V$$

$$V_C = \frac{-jI}{C\omega} = 88e^{-\frac{\pi}{4}j}V$$

$$V_L = ILj\omega = 17.6e^{\frac{3\pi}{4}j}V$$

(b) Obtenemos el siguiente diagrama fasorial:



(c) La potencia aparente entregada por la fuente verifica:

$$S = \frac{V\overline{I}}{2}$$

Luego:

$$S = (312,5 - 312,5j)VA$$

Por lo que: $P = 312,5W$ y $Q = -312,5Var$.

(d) Podemos ver que el circuito es capacitivo ya que la potencia reactiva entregada por la fuente es negativa.

(e) Para que el circuito sea resistivo podemos buscar que la potencia sea real (sólo activa). Para esto tenemos que buscar que la potencia reactiva sea zero.
Luego obtenemos la ecuación: $Lj\omega - \frac{1}{Cj\omega} = 0$
Obtenemos:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Problema 2

(a) Llamaremos Z_{eq} al paralelo de L y R.

Luego

$$Z_{eq} = \frac{RLj\omega}{(R + Lj\omega)}.$$

Usando divisor de tensión obtenemos:

$$V_o = V_i \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R + \frac{1}{Cj\omega}}$$

Operando resulta:

$$V_o = V_i \frac{RLC(j\omega)^2}{R + Lj\omega + R(R + Lj\omega)(Cj\omega) + RlC(j\omega)^2}$$

Diviendo por RLC:

$$V_o = V_i \frac{(j\omega)^2}{\frac{1}{LC} + \frac{1}{CR}j\omega + \frac{R}{L}j\omega + 2(j\omega)^2}$$

Finalmente reemplazando por los equivalentes en función de ω_0 :

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{2(j\omega_0)^2 + 2\sqrt{2}j\omega_0\omega + 2(j\omega)^2}$$

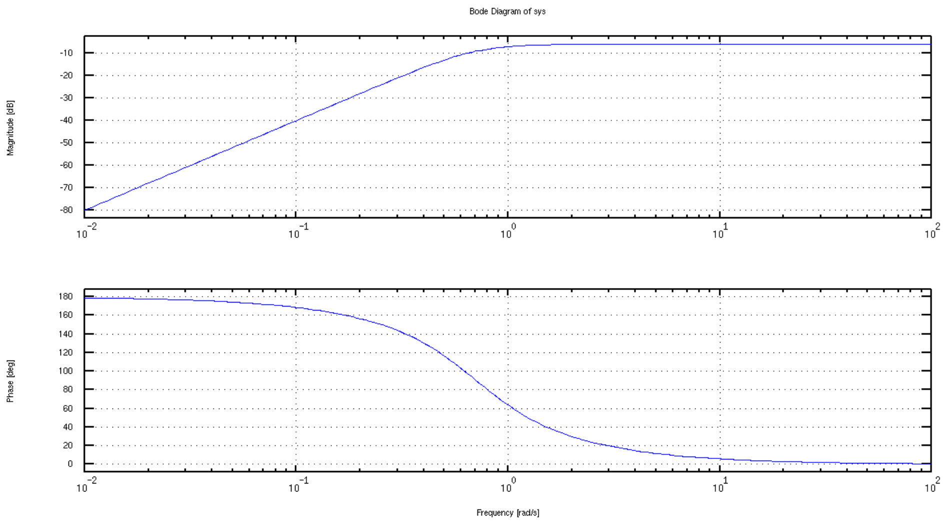
$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{2[(j\omega)^2 + j\omega\omega_0\sqrt{2} + \omega_0^2]}$$

(b) Tenemos la transferencia hallada:

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{2[(j\omega)^2 + j\omega\omega_0\sqrt{2} + \omega_0^2]}$$

Luego analizaremos los casos para $\omega << \omega_0$ y $\omega >> \omega_0$.
$\omega << \omega_0$: H(jω) $\approx \frac{(j\omega)^2}{2\omega_0^2}$
El módulo vale: $H(j\omega) = 40log(\omega) - 20log(2\omega_0^2)$ y el argumento: $\arg(H(j\omega)) = \pi$
$\omega >> \omega_0$: H(jω) $\approx \frac{1}{2}$
El módulo resulta: $H(j\omega) = -20log(2)$ y el argumento: $\arg(H(j\omega)) = 0$
Observamos que en $\omega = \omega_0$ la transferencia queda: $H(j\omega) \approx \frac{j}{2\sqrt{2}}$ por lo que el argumento vale $\frac{\pi}{2}$.

Obtenemos el siguiente diagrama:



(c) Se trata de un filtro pasa-altos, ya que atenua las bajas frecuencias y permite el pasaje de las altas (a partir de ω_0).

(d) Tenemos que $V_o = H(j\omega_0)V_i$.
Luego $v_o = Re[V_o e^{j\omega_0 t}]$.
Obtenemos entonces, siendo $\omega = \omega_0$ y usando la transferencia ya calculada en la parte b):

$$v_o = \frac{100}{2\sqrt{2}} cos(\omega_0 t + \pi/2).$$

Pregunta

(a) Cuando uno de lo componentes está conectado a continuación de otro y por lo tanto la corriente que fluye en ambos es la misma.

(b) Cuando están unidos sus terminales y por lo tanto están al mismo voltaje.

(c)

$$Z_{eq} = R_2//(R_1 + R_3//Lj\omega)$$

Pregunta

(a) El diagrame de Bode corresponde a la opción $H_3 : H_3 = \frac{2j\omega\omega_2}{(j\omega+\omega_1)(j\omega+\omega_2)}$
Podemos descartar los diagramas 1, 2, 5 y 6 evaluando en $\omega_1 << \omega << \omega_2$.
En este caso notar que el módulo debe valer 6 db, es decir 20log(2).
Para elegir entre H_3 y H_4 podemos estudiar la fase.
En este caso observaremos que cuando $\omega << \omega_1$ el argumento de H_3 es $\frac{\pi}{2}$ y el argumento de H_4 es $-\frac{\pi}{2}$.