Examen Matemática 1

1- Un prisma recto de base cuadrada tiene dimensiones (en metros), $(x+3)$ (lado de la base) y $(3x+2)^2$ altura.

a- Determinar las dimensiones del mismo sabiendo que se busca tenga volumen máximo y que $-5/2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$.

b- Considerando la función volumen, determine el mayor subconjunto de R donde tiene sentido definirla. Analice existencia de máximo y mínimo absoluto de la función volumen en el conjunto que acaba de determinar.

c- Enuncie las propiedades vinculadas a continuidad y derivabilidad que usó para resolver el problema.

2- Dada la sucesión $(\mathrm{a_n})_{n\in N^*}$ definida mediante $\mathrm{a}_1 = 7$, $\mathrm{a_{n+1}} = \sqrt{\frac{(\mathrm{a_n})^2+2}{\mathrm{a_n}+2}}$ para los $\mathrm{n} \geq 1$,

a- Demuestre que $\mathrm{a_n} \geq 1$ para todo $\mathrm{n} \geq 1$.

b- Demuestre que $\mathrm{a_n}$ es monótona (¿creciente o decreciente?).

c- Demuestre que $\mathrm{a_n}$ es convergente y calcule su límite.

3- a- Clasifique la siguiente serie y en caso de convergencia, acote su suma (fundamente su resolución enunciando los criterios usados):

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{|\cos n|}{3^n}$$

b- Clasifique la siguiente serie y en caso de convergencia halle el valor de su suma (enuncie y demuestra el criterio usado en la resolución):

$$\sum_{n\geq 1} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}}\right)$$

4- a- Halle el área de la región encerrada entre los gráficos de f y g, siendo:

$$f: R \to R;\, f(x) = x^3 - x \quad g: R \to R;\, g(x) = x^2 + x$$

b- Hallar $F/F: \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \to R$, primitiva de f, sabiendo que: $f(x) = \frac{cos^{\,3}(x)}{sen^2(x)}$ $\quad y \ F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

c- Clasifica: $\int_0^e \left(\frac{1}{\mathrm{x}} sen^3(1 + Lx)\right) dx$

Ejercicio 1 (25): a) 10 b) 10 c) 5

Ejercicio 2 (25): a) 10 b) 10 c) 5

Ejercicio 3 (20): a) 10 b) 10

Ejercicio 4 (30): a) 10 b) 10 c) 10

Puntaje total: 100

Puntaje mínimo de aprobación: 50