Primer parcial 23/05/2018

Ejercicio 1

Analiza la validez de las siguientes proposiciones, demuéstralas si son verdaderas, encuentra un contraejemplo si son falsas.

a- Si f es una función continua en $[a,b]$ entonces toma todos los valores comprendidos entre $f(a)$ y $f(b)$.

b- Si f es una función acotada en $[a,b]$ entonces f es una función continua en $[a,b]$.

c- Si f es una función definida en $[a,b]$ y alcanza su máximo absoluto en $c \in (a,b)$ entonces f es derivable en c.

d- Si f es una función continua en $[a,b]$ entonces es derivable $\forall\ x \in (a,b)$.

e- Si una función es constante en todo R entonces su función derivada es nula en todo R.

f- Si f es una función definida en $[a,b]$ y f´(c)=0 con $c \in (a,b)$, entonces f presenta un extremo relativo en c.

Ejercicio 2 ***(Todas las respuestas tienen que estar debidamente fundamentadas).***

Considera $f, f: R \to R \;/\; f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1}; x \leq 0 \\ x^2 - x + 1; 0 < x < 2 \\ -x + 4; x \geq 2 \end{cases}$

a- Estudiar continuidad y derivabilidad de f en R.

b- Clasifica puntos críticos.

c- Determina existencia de extremos absolutos de f en $[-2,1]$ y en $[-1,2]$.

d- Prueba que existe $c \in (-1,2)/f(c) = 2$.

Ejercicio 3

Determina las dimensiones del triángulo isósceles de perímetro 60cm con área máxima.

Primer parcial 21 de mayo de 2019

Ejercicio 1

Analiza la validez de las siguientes proposiciones, demuestra en caso de que sean verdaderas y presenta un contraejemplo en caso de ser falsas.

a- Sea $f: A \to R \quad A \subset R, a \in A.$ Si f es continua en $x = a$ *entonces* $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

b- Sea $f: A \to R \quad A \subset R.$ Si f es continua en A *entonces* el gráfico de f es una curva continua.

c- Sea $f: A \to R \quad A \subset R, a \in A'.$ Si existe el $\lim_{x \to a} f(x)$ *entonces* $\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x).$

d- Sea $f: [a,b] \to R$, existe $c \in (a,b) \,/ f(c) = 0$ *entonces* f es continua en $[a,b]$ y $f(a).f(b) < 0.$

Ejercicio 2 *(Todas las respuestas tienen que estar debidamente fundamentadas).*

$$Sea\ g: A \to R \ / \ g(x) = \begin{cases} e^x - 1; & -2 < x < 0 \\ 2x - x^2; & 0 \le x \le 2 \\ \ln(4-x); & 2 < x \le 3 \\ 3 - x; & 3 < x < 4 \\ x^2 - 16; & x \in N, \ x \ge 8 \end{cases}$$

a- Explicita el conjunto A. Realiza un bosquejo del gráfico de g.

b- Sea $F / \, F = \{a \in R / \ existe \ \lim_{x \to a} g(x)\}$, determina el conjunto F.

c- Sea $C / \, C = \{a \in A \ / \ g \ es \ continua \ en \ a\}$, determina C y clasifica discontinuidades de g.

d- Sea $D / \, D = \{a \in A \ / \ g \ es \ derivable \ en \ a\}$, halla D.

e- Prueba que existe $c \in (0,1) \,/ g(c) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Enuncia y demuestra la propiedad usada.

Ejercicio 3

a- Considera $f: R - \{-2,1\} \to R / \, f(x) = \frac{3x^2+ax+a+3}{x^2+x-2}$ Halla $a \in R$, sabiendo que $\exists \lim_{x \to -2} f(x)$.

b- Sea $g: [0,10] \to R / \, g(x) = \sqrt{3x+1}$. Halla la ecuación de la recta tangente al gráfico de g en el punto de abscisa x=1.

c- Prueba que $x = 3\ln(x)$ admite una solución real en [1, e].