Ejercicios parciales años anteriores

(2013)

(I) Considera $f: A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} - x \ ; & x \geq 1 \\ \frac{e^x - e}{L(2x-1)} + a \ ; & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$

(a) (i) Explicitar A=Dom(f)
(ii) Hallar $a \in \mathbb{R}$, sabiendo que f es continua en A.
(iii) ¿$\exists c \in (1,10)$ *que verifique* $f(c) = -\frac{3}{4}$? Fundamenta tu respuesta enunciando la propiedad usada.

(b) Prueba que f(A)=Im(f) es un conjunto acotado.

(c) Estudiar derivabilidad de f en x=1

(II) Considera $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / g(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2 - 1} \ ; & x \geq 0 \\ \frac{x+1}{2x-1} \ ; & x < 0 \end{cases}$

(a) Determina y clasifica puntos críticos de g.

(b) ¿Existen extremos absolutos de g en [-1,1]? Fundamenta tu respuesta y en caso afirmativo, hállalos.

(c) ¿$\exists c \in (-2,-1)$ *que verifique* $g'(c) = -\frac{1}{5}$? Fundamenta tu respuesta y en caso afirmativo, halla el valor de c.

(2012)

1- Considérese la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1 + x^2)}{x}, & x < 0 \\ x^2 + \cos(a + 3x), & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Hallar $a \in [0, \pi]$ para que f sea continua en todo R.

En lo que sigue se utilizará el valor de a hallado.

b) Determinar el dominio de f’ y hallar la ecuación de las semitangentes en los puntos donde f no sea derivable.

c) Investigar si existen extremos relativos en el intervalo $[0,2]$. Fundamenta.

2- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y derivable que cumple:

- $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $f(0) = 2 \quad f(3) = 8$ $\lim_{x \to -\text{inf}} f(x)=0$

a) Probar que existe $c \in \mathbb{R}$ tal que $f(c) = 5$.

b) Probar que existe $d \in \mathbb{R}$ tal que $f(d) = 1$.

c) A partir de los datos anteriores, mostrar que $\exists\ b \in R\ / f'(b) < 0$.

d) Mostrar que $\exists\ z \in R / f'(z) > 0$

(2011)

1- a) Demuestre que $2x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$ admite una única raíz real y determine un intervalo de amplitud menor a 1, donde se encuentra esta raíz. (Enuncie las propiedades usadas en la resolución del ejercicio)

b) Hallar puntos críticos de f y clasificarlos:

$f: R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x - 1, & x \leq 1 \\ x.\sqrt[3]{(x-9)}, & x > 1 \end{cases}$$

(2010)

Sea $f: R \to R$ /

1- $$f(x) = \begin{cases} e^{x+2} - \frac{x}{2}; & x \leq -2 \\ L(x+3) - x; & -2 < x \leq 0 \\ \sqrt{x} + L3; & 0 < x < 4 \\ \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2}\ ; & x \geq 4 \end{cases}$$

a) Calcular y clasificar los puntos críticos de f

b) Hallar extremos absolutos de f en [0,3]

c) Verificar que f está en las hipótesis del teorema de Lagrange en [0,4] y hallar el valor c ϵ R, que satisface la tesis del teorema mencionado.

(2009)

1- $Sea\ f(x) = \begin{cases} \frac{sg(x)L|x-2|}{x}, & x \geq -1 \\ \frac{e^{x+3} - e^2}{x+1}, & x < -1 \end{cases}$

a) Determinar dom(f(

b) Estudiar continuidad de f clasificando discontinuidades

c) Calcular $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$

d) $A = \left\{ \frac{f(x)}{x} \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] \right\}$ i)¿A es un conjunto acotado?.Justificar. Enunciar propiedad usada

ii) ¿Existe alguna raíz de f en $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$? Justifique.

2- a) Hallar puntos críticos de $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}(2x - 3)$

b) Calcular $\lim_{x \to \pm 1} f'(x)$