

Computación 1

Representación Interna

Curso 2020

Ingeniería Forestal

Universidad de la República

Rep. de punto flotante

Aritmética de Punto Flotante

Sumas y Restas

Para sumar o restar dos números en punto flotante es necesario que los exponentes sean iguales.

La operación de suma o resta se realiza del siguiente modo:

- Alinear las mantisas:
 - Se desplaza hacia la derecha la mantisa que tiene el exponente más pequeño tantos lugares como la diferencia entre los exponentes.
- Sumar o restar las mantisas.
- Normalizar el resultado

Rep. de punto flotante

Aritmética de Punto Flotante

Multiplicación

Para multiplicar dos números en punto flotante no es necesario alinear las mantisas.

La operación de multiplicar dos números expresados en punto flotante normalizados implica:

- Sumar los exponentes.
- Multiplicar las mantisas.
- Normalizar el resultado.

Rep. de punto flotante

Aritmética de Punto Flotante

División

Para dividir dos números en punto flotante no es necesario alinear las mantisas

Para llevar a cabo la división en punto flotante:

- Dividir la mantisa del numerador por la mantisa del denominador.
- Restar los exponentes.
- Normalizar el resultado.



Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Los números reales son infinitos y densos.

Es imposible representarlos con una cantidad finita de bits.

Los errores son inevitables...

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Cada resultado de una operación debe ser aproximado por un número representable.

Las dos alternativas para aproximar el resultado son:

Redondeo

Truncamiento.



Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Redondeo

Se elige como aproximación el número más cercano representable.

Truncamiento

Se corta el número cuando se exceda de la cantidad de dígitos representables

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Sea $x = 2/3 = 0.6666666\dots$ el número que se quiere representar

Utilizando redondeo = 0.667

Utilizando truncamiento = 0.666

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Consideremos una representación que

Utilice tres dígitos y signo para la mantisa

Donde el valor absoluto de la mantisa esté comprendido entre $0.1 \leq |f| < 1$ o cero

Utilice un exponente de dos dígitos y signo.

Trabajaremos en base 10 para simplificar los cálculos.

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Dividamos la recta real en siete regiones.

Números negativos menores que $-0.999 * 10^{99}$

Números negativos entre $-0.999 * 10^{99}$ y $-0.100 * 10^{-99}$

Números negativos entre $-0.100 * 10^{-99}$ y 0

Cero

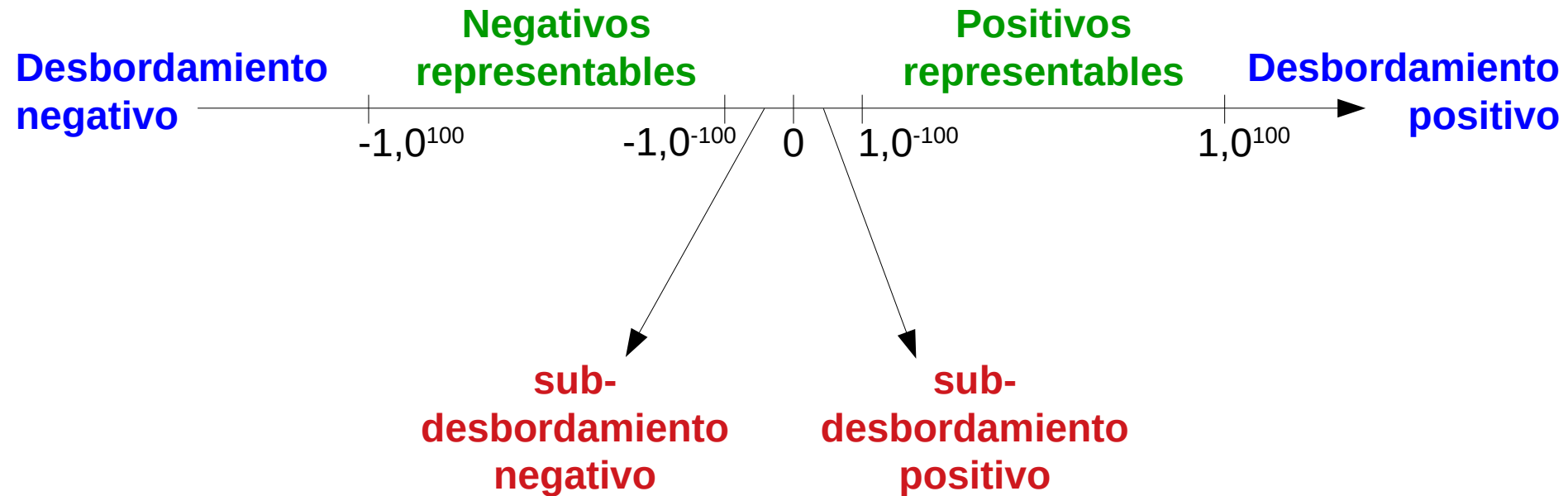
Números positivos entre 0 y $0.100 * 10^{-99}$

Números positivos entre $0.100 * 10^{-99}$ y $0.999 * 10^{99}$

Números positivos mayores que $0.999 * 10^{99}$

Rep. de punto flotante

Errores de la representación



Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Diferencias entre el conjunto de los números representables en punto flotante y los números reales

Los primeros no pueden representar ningún número en las regiones 1,3,5 o 7.

- Si una operación aritmética diera como resultado un número en la región 1 o 7 se produciría un error de desbordamiento y el resultado sería incorrecto.
- La razón es la naturaleza finita de la representación.
- De manera similar no se puede representar ningún resultado de las zonas 3 o 5. Esto se llama error de subdesbordamiento (en inglés: underflow).

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Diferencias en densidad

- Mientras que los reales son densos, los números en punto flotante no lo son
- Con la representación elegida se pueden representar exactamente 179000 números positivos, 179000 números negativos y el 0, dando un total de 358201.
- Es posible que el resultado de alguna operación no caiga dentro de estos números aunque sí pertenezca a la región 2 o 6.

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Al aproximar un número se comete un error.

Llamaremos Error Absoluto a la diferencia entre el número que se quiere representar y el número efectivamente representado.

Error absoluto: $E_x = (x - \bar{x})$

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

El espacio entre números adyacentes expresables no es constante a lo largo de las regiones 2 o 6.

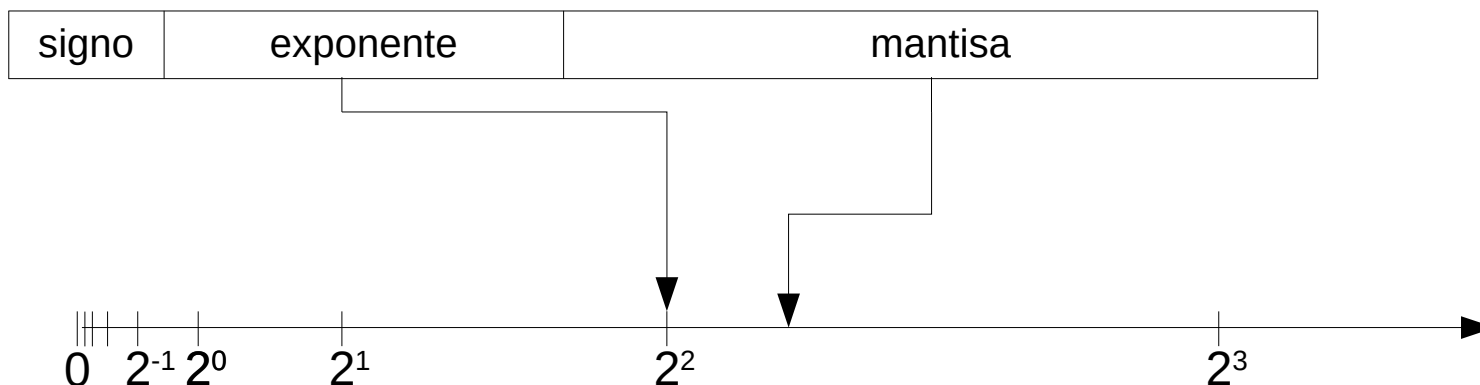
La separación entre $0.998 * 10^{99}$ y $0.999 * 10^{99}$ es muchísimo mayor que la separación entre $+0.998 * 10^0$ y $0.999 * 10^0$

Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Si la mantisa es de m bits, hay 2^m números entre un exponente y otro

- Cuanto más grande el exponente más separados están estos números en la recta real... menos precisión.



Rep. de punto flotante

Errores de la representación

Por esta razón se define el Error Relativo debido a la aproximación.

$$\text{Error relativo: } e_x = (x - \bar{x})/|x|$$