

Modulación y Procesamiento de Señales

Examen Diciembre 2017

Tecnólogo en Telecomunicaciones - FING/CURE
Universidad de la República

11 de diciembre de 2017

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.
- Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

Pregunta

- Para mejorar el desempeño de ASK (Modulación por desplazamiento de amplitud) se utiliza QAM (Modulación de amplitud en cuadratura). Dar el diagrama de bloques de un transmisor QAM.
- Comparar la eficiencia espectral de los métodos de modulación pasabanda binarios ASK y QAM.
- Dibujar la constelación de un sistema de comunicación pasabanda PSK (Modulación por desplazamiento de fase) con $M = 4$.

Problema 1

Se desea enviar una señal analógica $x(t)$ utilizando un sistema PCM M-ario. La señal $x(t)$ tiene densidad espectral de potencia $G_x(f) = \frac{1}{W}\Lambda\left(\frac{f}{W}\right)$, con $W = 24\text{ kHz}$. El canal cumple las hipótesis habituales, tiene ancho de banda $B_T = 90\text{ kHz}$, produce una atenuación $L = 1$ en potencia e introduce ruido blanco aditivo y gaussiano con densidad espectral de potencia $\eta/2 = 10^{-6}\text{ W/Hz}$.

- Determinar el ancho de banda de la señal $x(t)$ y su potencia S_x .
- Indicar en el sistema PCM el rango de valores válidos para el número de símbolos por palabra n y la frecuencia de muestreo f_s .

Asumiendo que el sistema PCM M-ario trabaja en la zona de predominio del error de cuantificación, se requiere que la SNR_D sea superior a 30 dB . El cuantificador tiene un factor de escala de $X_m = 1$, y debido a limitaciones de hardware solo se dispone de las siguientes frecuencias de muestreo: $f_s \in [44.1\text{ kHz}, 48\text{ kHz}, 96\text{ kHz}]$

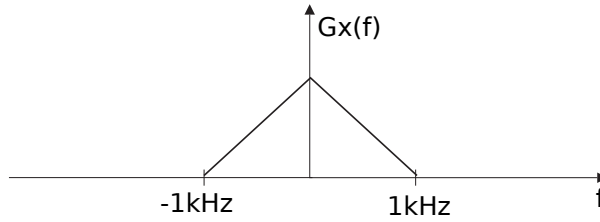
- Encontrar f_s y n válidos. Con dichos valores determinar la menor cantidad de niveles de cuantificación q necesarios, el mínimo número de símbolos M del código y la cadencia de símbolos r en kbps.

Para transmitir por el canal se utiliza señalización polar y pulsos rectangulares.

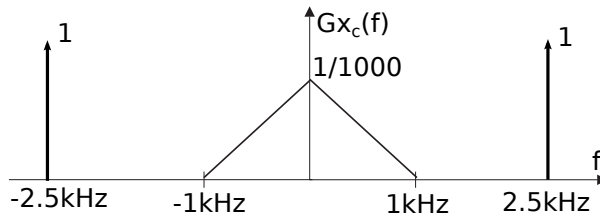
- Indicar el ancho de banda óptimo del filtro receptor para no introducir interferencia intersimbólica.
- Calcular la potencia de ruido en recepción N_R .
- Calcular la potencia mínima de transmisión S_T^{min} que garantice el predominio del error de cuantificación en detección.

Problema 2

Se quiere detectar los chirridos de freno en grabaciones de audio de la ciudad de Rocha. Las señales de audio en tiempo continuo se representan por su densidad espectral de potencia. A la señal cuando no hay chirridos la llamaremos $x(t)$ y se modela con una densidad espectral de potencia $G_x(f)$ como en la figura:



Los chirridos de frenos se modelan como un tono sinusoidal de $2.5 kHz$. La señal con chirridos la llamaremos $x_c(t)$ y su densidad espectral de potencia $G_{x_c}(f)$ es la siguiente:

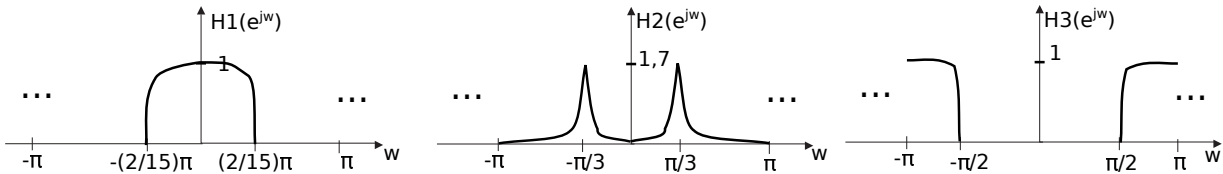


- (a) Las señales $x(t)$ y $x_c(t)$ son muestreadas a una frecuencia de muestreo f_s de $15 kHz$. Verifique que en ambos casos no hay solapamiento.

Llamaremos $x[n]$ y $x_c[n]$ a las muestras de $x(t)$ y $x_c(t)$ respectivamente.

- (b) Dibuje la densidad espectral de potencia $G_{x_c}(e^{j\omega})$ de la señal $x_c[n]$.

Se pide a tres personas que bosquejen la respuesta en frecuencia de un filtro que se pueda utilizar para detectar los chirridos (tono sinusoidal de $2.5 kHz$). En la siguiente figura tiene los 3 bosquejos.



- (c) ¿Qué filtro elegiría? Justifique explicando qué efecto tendría cada uno de los filtros en la señal $x_c[n]$.

El filtro elegido se implementa con la siguiente función de transferencia:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{(1 - 0.9e^{j\pi/3}z^{-1})(1 - 0.9e^{-j\pi/3}z^{-1})}$$

- (d) Dibuje el diagrama de ceros y polos.
- (e) Viendo el diagrama de ceros y polos, explique por qué la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ se puede bosquejar como la elegida en la parte c).
- (f) Bosqueje las densidades espectrales de potencia a la salida del filtro en dos casos: cuando la entrada es $x[n]$ y cuando la entrada es $x_c[n]$. Llamaremos a estas densidades $G_y(e^{j\omega})$ y $G_{y_c}(e^{j\omega})$ respectivamente.
- (g) Estudiando las densidades $G_y(e^{j\omega})$ y $G_{y_c}(e^{j\omega})$, confirme que el filtro $H(e^{j\omega})$ ayuda a detectar los chirridos.

Solución

Pregunta

- (a)
- (b)

Problema 1

(a) El ancho de banda de la señal es $W_x = W$ y la potencia es $S_x = \int_{-\infty}^{+\infty} G_x(f)df = 1$

(b) Para que no se produzca ISI y el muestreo sea el adecuado, el ancho de banda de transmisión tiene que cumplir que

$$B_T \geq \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}nf_s \geq nW_x.$$

Con lo cual se tiene que

$$n \leq \frac{B_T}{W_x} = \frac{B_T}{W} = \frac{90}{23} \simeq 3.9$$

El rango de frecuencias válidas resulta en

$$\frac{2B_T}{n} \geq f_s \geq 2W_x \implies \frac{180}{n} \geq f_s \geq 46$$

(c) Si tomamos $n_{max} = 3$ se obtiene $60 \geq f_s \geq 46$ con lo cual dada las limitaciones de hardware seleccionamos $f_s = 48 kHz$.

La relación señal a ruido en un sistema PCM esta dada por

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{S_x}{X_m^2} \left(\frac{3q^2}{1+4q^2P_e}\right) \frac{f_s}{2W_x}.$$

Como se trabaja sobre el umbral de error, el ruido de cuantización predomina sobre el ruido de decodificación ($P_e \ll 1/4q^2$) resultando en

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = 3q^2 S_x \frac{f_s}{2W_x},$$

Por lo tanto, la cantidad de niveles q del cuantizador para lograr cierto valor SNR_D es

$$q = \left\lceil \sqrt{\frac{SNR_D}{3S_x} \frac{2W_x}{f_s}} \right\rceil = \left\lceil \sqrt{\frac{10^2 \times 46 kHz}{3 \times 48 kHz}} \right\rceil = 18$$

donde $\lceil \cdot \rceil$ representa la función techo, cuya salida es el entero inmediatamente superior al argumento. Luego se tiene que $M^n \geq q$ con lo cual resulta

$$M = \lceil \sqrt[n]{q} \rceil = 3$$

La cadencia de símbolos de la señal PCM es $r = nf_s = 144 kbps$.

(d) Para no introducir más ruido de lo necesario y no generar ISI el ancho de banda del filtro de recepción debe ser $B_R = B_T = 90 kHz$.

(e) $N_R = \int_{-B_R}^{B_R} \eta/2df = \eta B_R = 0.14 W$

(f) Para trabajar sobre el umbral de error se debe cumplir $SNR_R = \frac{S_T}{LN_R} \geq 6(M^2 - 1)$ por lo tanto

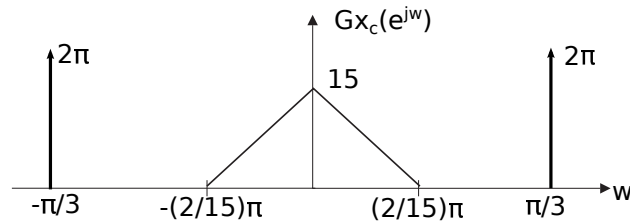
$$S_T^{min} = 6LN_R(M^2 - 1) = 6 \times 1 \times (0.14 W) \times 8 = 6.72 W$$

Problema 2

(a)

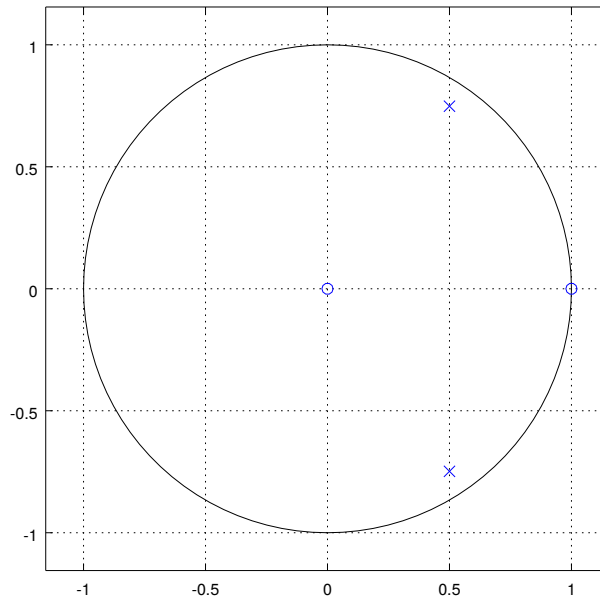
$$f_s > 2 * 1000Hz$$

$$f_s > 2 * 2500Hz$$



(b)

(c) Segundo filtro.



(d)

(e) Cuando $\omega = 0$ se tiene $z = 1$

$$|H(z = 1)| = 0$$

Cuando $\omega = \pi/3$ se tiene $z = e^{j\pi/3}$

$$|H(z = e^{j\pi/3})| = \frac{|1 - e^{j\pi/3}|}{(0.1)|1 - 0.9e^{-j2\pi/3}|} \simeq \frac{0.0183}{(0.1)(0.106)} \simeq 1.73$$

Cuando $\omega = \pi$ se tiene $z = -1$

$$|H(z = -1)| = \frac{2}{|1 + 0.9e^{j\pi/3}||1 + 0.9e^{-j\pi/3}|} \simeq \frac{2}{(1.9)(1.9)} \simeq 0.55$$

(f)

(g) El filtro solo deja pasar las componentes cercanas a $\omega = \pi/3$ por lo que si no hay chirridos no se detecta nada y si los hay se detectan.

