# Modulación y Procesamiento de Señales
# Ejercicios de repaso para primer parcial 2024

Tecnólogo en Telecomunicaciones - FING/CURE
Universidad de la República

6 de Mayo de 2024

## Problema 1

Determine si cada una de las señales siguientes es periódica. Para las que sean periódicas, indique su periodo.

(a) $x[n] = e^{j(\pi n/6)}$

(b) $x[n] = e^{j(3\pi n/4)}$

(c) $x[n] = [sen(\pi n/5)]/(\pi/n)$

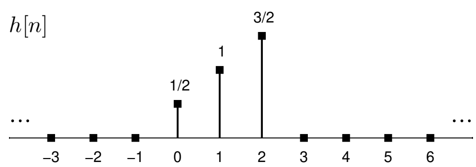
(d) $x[n] = e^{j(\pi n/\sqrt{2})}$

(e) $x[n] = ne^{j(\pi n)}$

(f) $x[n] = e^{jn}$

## Problema 2

Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo cuya respuesta al impulso se muestra en la figura siguiente:




(a) Escribir la expresión de la respuesta al impulso del sistema.

(b) Escribir la ecuación de transformación $y[n] = T\{x[n]\}$ del sistema.

## Problema 3

Considere un sistema lineal arbitrario con entrada $x[n]$ y salida $y[n]$. Muestre que si $x[n] = 0 \ \forall n$, entonces $y[n]$ debe ser cero también para todo $n$.

## Problema 4

Se sabe que la respuesta al impulso de un sistema lineal e invariante en el tiempo es cero excepto en el intervalo $N_0 \leq n \leq N_1$ . Se sabe además que la entrada $x[n]$ vale cero excepto en el intervalo $N_2 \leq n \leq N_3$. Como resultado, la salida $y[n]$ está destinada a ser cero excepto en algún intervalo $N_4 \leq n \leq N_5$.

## Problema 5

Se considera el sistema lineal e invariante en el tiempo con entrada $x[n]$ y salida $y[n]$ dado por la siguiente ecuación en recurrencia,

$$y[n] = ay[n-1] + x[n], \qquad \text{con } |a| < 1.$$

(a) Determine la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema (sugerencia: calcular la salida cuando la entrada es $x[n] = \delta[n]$). Asuma que el sistema se encuentra inicialmente en reposo, es decir, $y[n] = 0$ en $n < 0$.

(b) Evaluando directamente la convolución discreta, determine la respuesta al escalón $u[n]$ del sistema.

## Problema 6

Para la secuencia

$$r[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

(a) Determinar la transformada de Fourier.

Considerar ahora la secuencia

$$w[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)\right] & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

(b) Bosquejar $w[n]$ y expresar la transformada de Fourier de $w[n]$ en función de la transformada de Fourier de $r[n]$.
Sugerencia: expresar $w[n]$ en función de $r[n]$ y las exponenciales complejas $e^{j2\pi n/M}$ y $e^{-j2\pi n/M}$.

(c) Bosquejar el módulo de $R(e^{j\theta})$ y $W(e^{j\theta})$ cuando $M = 4$.

## Problema 7

Considere un sistema causal dado por la siguiente transferencia:

$$H(z) = \frac{\beta z}{(z - 1/2)(z + \alpha)}$$

Se pide:

(a) Encontrar la ecuación en recurrencias que relaciona la salida $y[n]$ con la entrada $x[n]$.

(b) Realizar diagrama de ceros y polos junto con la ROC de la transferencia. Estudiar estabilidad en función de los parámetros $\alpha$ y $\beta$. Justifique.

(c) Encontrar $\alpha$ y $\beta$ para que la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ valga $8/5$ en $\omega = 0$ y $8/3$ en $\omega = \pi$. ¿El sistema resulta estable? Justifique.

De ahora en adelante se utilizarán los valores de $\alpha$ y $\beta$ calculados anteriormente.

(d) Calcular la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema.

(e) Dibujar el diagrama de bloques del sistema en forma canónica (mínima cantidad de retardos).

## Problema 8

Considere un sistema SLIT dado por su ecuación en recurrencia:

$$y[n] = \left(\alpha + \frac{1}{3}\right) y[n-1] - \frac{\alpha}{3} y[n-2] + Gx[n-1]$$

(a) ¿El sistema es causal? Justifique.

(b) Encontrar la transferencia $H(z)$.

(c) Se quiere que la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ valga 12 en $\omega = 0$ y $-2$ en $\omega = \pi$. Calcular $\alpha$ y $G$ para cumplir con las especificaciones. ¿El sistema resulta estable? Justifique.

De ahora en adelante se utilizarán los valores de $\alpha$ y $G$ calculados anteriormente.

(d) Realizar diagrama de ceros y polos junto con la ROC de la transferencia.

(e) Calcular la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema.

(f) Dibujar el diagrama de bloques del sistema utilizando sólo dos retardos.

## Problema 9

Se desea implementar un filtro $h[n]$ SLIT y causal, dado por la ecuación en diferencias,

$$y[n] = kx[n] + (1-k)y[n-1]$$

donde $x[n]$ y $y[n]$ son la entrada y la salida del filtro respectivamente y $k$ una constante real.

(a) Hallar la transformada $\mathcal{Z}$ de la respuesta al impulso $h[n]$, $H(z)$, indicando la región de convergencia del filtro.

(b) Dar un diagrama de bloques que implemente este filtro.

(c) Indicar los posibles valores de $k$ para que el filtro digital $h[n]$ sea estable

(d) Sobre la hipótesis de que $k$ es tal que el sistema es estable, hallar la magnitud al cuadrado de la respuesta en frecuencia del filtro $|H(e^{j\theta})|^2$.

(e) Hallar $k$ para que la ganancia del filtro en frecuencia $\theta = \pi/3$ sea $1/\sqrt{3}$ asegurando que el sistema resultante sea estable.

En lo que sigue, se empleará el valor de $k$ calculado en la parte anterior.

(f) Calcular y esbozar la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema.

(g) Dibujar el diagrama de polos y ceros del sistema indicando la región de convergencia. Indicar de que tipo de filtro se trata en cuanto a selectividad de frecuencias.

## Problema 10

Considere un sistema LIT con la siguiente función de transferencia

$$H(z) = \frac{k}{1-(1+k)z^{-1}}.$$

(a) Escriba la ecuación de recurrencia que relaciona la salida $y[n]$ con la entrada $x[n]$ del sistema. ¿Se trata de un filtro FIR, IIR?. Justificar la respuesta.

(b) Calcular los polos y ceros de la función de transferencia. Indicar la condición que debe cumplir el parámetro $k$ para que el filtro sea causal y estable. En las condiciones de estabilidad y causalidad, dibuje el diagrama de polos y ceros para algún valor de $k$ e indique la ROC de $H(z)$.

(c) Sobre la hipótesis de que $k$ es tal que el sistema es estable, hallar la magnitud al cuadrado de la respuesta en frecuencia del filtro $|H(e^{j\omega})|^2$.

(d) Hallar $k$ para que la ganancia de filtro en frecuencia $\omega = \pi/3$ sea $1/\sqrt{3}$ asegurando que el sistema resultante sea estable.

En lo que sigue se utilizará el valor de $k$ calculado en la parte anterior.

(e) Calcular y esbozar la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema.

(f) Indicar de que tipo de filtro se trata en cuanto a selectividad de frecuencias.

El sistema se pone en paralelo con otro sistema causal con función de transferencia

$$H_2(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

(g) Calcular la función de transferencia resultante $H_p(z)$ y dibujar su diagrama de bloques.