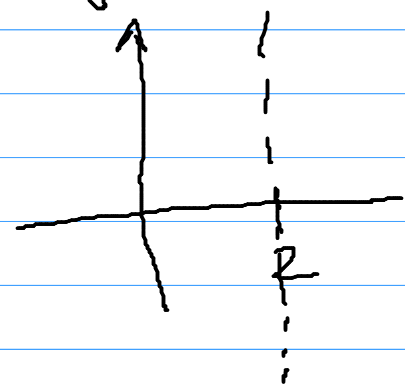
CLASE - Práctico 2

6/5

2b)

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{Lx - L2}{x-2} & ; \quad x > 2 \\[2mm] x^2 + a & ; \quad x \leq 2 \end{cases}$$

Discutir según $a \in \mathbb{R}$ cont. $g(x)$.



f cont $x = a$ si

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{Lx - L2}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} x^2 + a$$

* $\displaystyle\lim_{x \to 2^+} \frac{Lx - L2}{x-2} \Rightarrow$ indet $0/0$

L'hopital $\displaystyle\lim_{x \to a} \frac{f}{g} = \lim_{x \to a} \frac{f'}{g'}$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 2} \frac{Lx - L2}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(Lx - L2)'}{(x-2)'} = \lim_{x \to 2} \frac{1/x}{1}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 2^+} 1/x = 1/2$$

$$\lim_{x \to 2^-} x^2 + a = 1/2 \qquad a \cdot \lim f = \lim a f$$

car $a \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 2^-} x^2 + \lim_{x \to 2^-} a = 1/2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 2^-} x^2 + a \cdot \lim_{x \to 2^-} \cancel{1}^{\,1} = 1/2$$

$$\lim_{x \to 2^-} x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 + a = 1/2$$

$$\Rightarrow \quad a = 1/2 - 4$$

$$a = -7/2$$

$$\Rightarrow \quad g(x) = \begin{cases} \dfrac{Lx - L2}{x-2} & ; \; x > 2 \\ x^2 - 7/2 & ; \; x \leq 2 \end{cases}$$

7a

$f(x) = 2L|x| - x + 7$

a) $f([1,20])$ son acotadas?

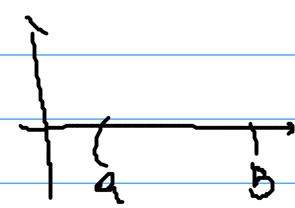
b) $\exists$ extremos absolutos de f en $[1,20]$

c) $\exists$ al menos raiz de $f : [1,20]$

d) $\exists\ c \in [1,20] \ / \ f(c) = 2$

a) $f(x) = 2L(x) - x + 7 \quad \in [1,20]$

Lema Weierstrass



H) f es cont $[a,b]$

T) f acotada en $[a,b]$

Miro si $f(x) \in [1,20]$ es cont

$\Rightarrow$ $f(x)$ acotada en $[1,20]$

Lema W

b) Teo. Weierstrass

H) f cont $[a,b]$ T) f tiene ext. absolutos en $[a,b]$

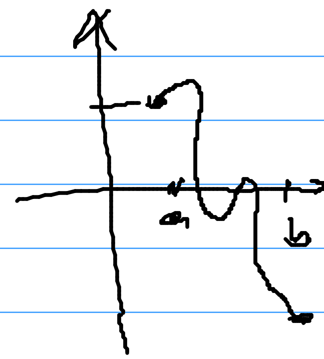
b) por la parte a) f es cont $[1,20]$

$\Rightarrow$ por teo. Weierstrass f tiene ext. absolutos

$[a,b] = [1,20]$

c) ¿$\exists$ raíz de $f(x)$ en $[1,20]$?

Teo Bolzano



H) f es cont $[a,b]$

$f(a).f(b) < 0$

T) $\exists$ al menos un $c \in (a,b) \,/\, f(c) = 0$

f es cont $[1,20]$ por parte a)

$f(1) = 2.\cancel{L1}^{\,0} - 1 + 7 = 6 > 0$

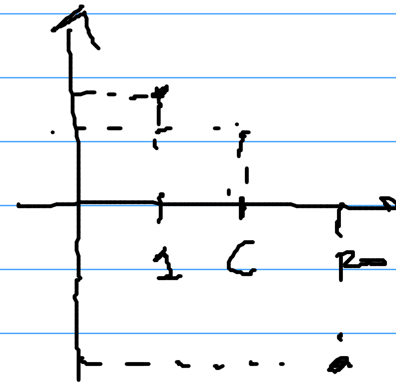
$f(20) = \underbrace{2 . L20}_{6} \underbrace{-20 + 7}_{-13} < 0$

$\Rightarrow \exists\, c \in (1,20) \,/\, f(c) = 0$

al menos

por Bolzano

d) ¿$\exists\, c \in [1,20] \,/\, f(c) = 2$?



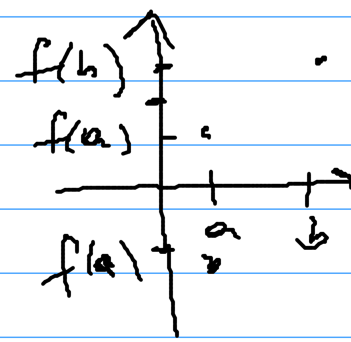
Teo Darboux

H) f es cont en $[a,b]$

$f(a) < m < f(b)$; $m \in \mathbb{R}$

T) $\exists$ al menos un $c \in (a,b) \,/$

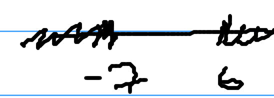
$f(c) = m$, $\forall m \in \mathbb{R}$



$f(x)$ es cont $[1,20]$ por a)

$f(1) = 6 > 0$

$f(20) = -7 < 0$ $\Big\}$ $\exists\, m \,/$ $m > 6$



en nuestro caso $m = 2$ $\qquad m < -7$

¿$f(1) < 2 < f(20)$? no lo cumple.

puede haber otro pero $m=2$ no cumple