



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Taller de Introducción a la Investigación de Operaciones -Ejemplos de Problemas Mixtos Lineales y Enteros

Víctor Viana

victor.viana@noreste.udelar.edu.uy

29/5/2026

- ▶ Un cierto producto debe enviarse en determinadas cantidades u_1, \dots, u_m , desde cada uno de **m** orígenes, y recibirse en cantidades v_1, \dots, v_n , en cada uno de **n** destinos.
- ▶ El problema consiste en determinar las cantidades x_{ij} , que deben enviarse desde el origen i al destino j , para conseguir minimizar el costo del envío.



- ▶ m : el numero de orígenes
- ▶ n : el numero de destinos
- ▶ u_i : la cantidad que debe enviarse desde el origen i
- ▶ v_j : la cantidad que debe ser recibida en el destino j
- ▶ c_{ij} : el costo de envío de una unidad de producto desde el origen i al destino j



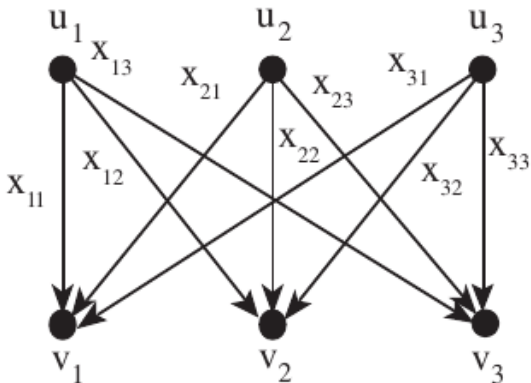
- ▶ x_{ij} : la cantidad que se envía desde el origen i al destino j .
- ▶ Se supone que las variables deben ser no negativas: $x_{ij} \geq 0$,
 $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$

Las restricciones de este problema son:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = u_i$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = v_j$$

- ▶ El primer conjunto de condiciones indica que la cantidad del producto que parte del origen i debe coincidir con la suma de las cantidades que parten de ese origen hasta los distintos destinos $j = 1, \dots, n$
- ▶ El segundo conjunto de condiciones asegura que el total recibido en el destino j debe corresponder a la suma de todas las cantidades que llegan a ese destino y parten de los distintos orígenes $i = 1, \dots, m$.





En el problema del transporte nos interesa normalmente minimizar los costos de envío (suma de los costos de envío por unidad de producto multiplicado por las cantidades enviadas); es decir, se debe minimizar:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

- ▶ Una empresa tiene que determinar el personal necesario para cubrir turnos de servicio semanales.
- ▶ Para cada día de la semana, $i = 1, \dots, 7$, se requiere que cierta cantidad de funcionarios esté de turno prestando servicio.
- ▶ Cada funcionario trabaja 5 días seguidos.
- ▶ El objetivo es determinar la cantidad mínima de funcionarios que se necesitan.

- ▶ Una alternativa es decidir la cantidad de funcionarios que trabajan en cada día.
- ▶ ¿Cómo modelar que cada funcionario trabaje 5 días seguidos?
- ▶ Otra opción es decidir la cantidad de funcionarios que comienzan a trabajar en cada día; es decir, el comienzo del turno.
- ▶ Un funcionario que comienza su turno el día 4 trabajará los días 4, 5, 6, 7, y 1
- ▶ Entonces, sea x_i la cantidad de funcionarios que comienzan en turno en el día i .

La cantidad de funcionarios que se necesitan para el primer día (la suma de los funcionarios que comienzan a trabajar en los turnos 1, 4, 5, 6, 7) debe cubrir la demanda d_1 :

$$x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq d_1$$



En forma similar se debe cubrir la demanda de los días 2, 3, 4, 5, 6, 7:

$$x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq d_2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq d_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq d_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq d_5$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq d_6$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq d_7$$

La función objetivo junto a la formulación completa es:

$$\min x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

s.a.

$$x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq d_2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq d_3$$

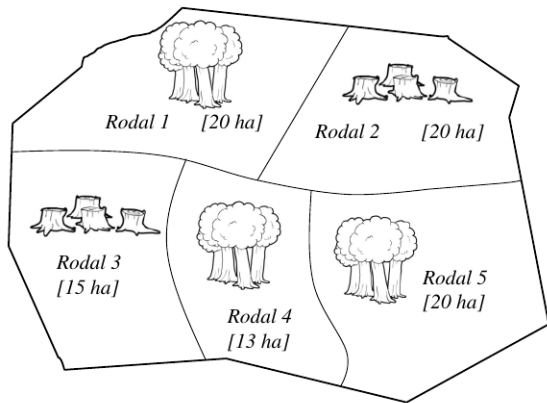
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq d_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq d_5$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq d_6$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq d_7$$

$$x_i \geq 0, \text{ entera, } i = 1, \dots, 7.$$



- ▶ I = Conjunto de unidades de manejo del predio.
- ▶ T = Conjunto de períodos de tiempo en el horizonte de planificación.
- ▶ N_i = Conjunto de unidades de cosecha j adyacente a la unidad i .
- ▶ V_{it} = Volumen de madera al cosechar el rodal i en el período t
- ▶ B_{it} = Beneficio de cosechar el rodal i en el período t ; .
- ▶ L_t = Límite inferior de volumen a ser cosechado en el período t .
- ▶ U_t = Límite superior de volumen a ser cosechado en el período t .
- ▶ M_i = Edad de maduración económica o tecnológica del rodal i .
- ▶ a_{it} = Edad promedio de los árboles en el bloque i y en el período t .

$$x_{it} = \begin{cases} 1, & \text{Si la unidad } i \text{ es cosechada en el período } t \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\text{máx } z = \sum_{i \in I}, \sum_{t \in T} \beta_{it} \times x_{it}$$

$$\begin{array}{ll} x_{it} + x_{ij} \leq 1 & i \in I, t \in T, j \in N_i, \\ \sum_{t \in T} x_{it} \leq 1 & i \in I, \\ \sum_{i \in I} v_{it} \times x_{it} \geq L_t & t \in T, \\ \sum_{i \in I} v_{it} \times x_{it} \leq U_t & t \in T, \\ M_i \times x_{it} \leq a_{it} & i \in I, t \in T \\ x_{it} \in \{0, 1\} & i \in I, t \in T, \end{array}$$

D. Broz and G. Durand and M. Frutos, *Gestión forestal con restricción de adyacencia basada en programación matemática: efecto de la relajación*, Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Forestales, Revista Forestal Yvyrareta; 20, 8-2014, pp. 1-8