

# Práctico 5

## Dependencia frecuencial del módulo elástico $E_{(\omega)}$

### Introducción

Sea

$$E' = E_{dyn} + j\eta\omega$$

cuya componente real, el primer término, es el módulo elástico dinámico ( $E_{dyn}$ ) y representa las propiedades puramente elásticas de la pared, y cuya componente imaginaria, el segundo término, representa las propiedades puramente viscosas y se denomina módulo de pérdida ( $j\eta\omega$ ); donde  $\omega$  es la velocidad angular y  $\eta$  es la viscosidad de la pared. El operador  $j$  es la unidad imaginaria y es definido como la raíz cuadrada de la unidad negativa ( $\sqrt{-1} = j$ ).

El módulo complejo de Hardung,  $E'$ , es un número complejo que puede ser descompuesto en su módulo  $|E'|$  y su argumento  $\varphi$ , también llamado ángulo de fase, de modo tal que:

$$|E'| = \sqrt{E_{dyn}^2 + (\eta\omega)^2}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\eta\omega}{E_{dyn}}\right)$$

En la práctica es usual separar las componentes real e imaginaria en relación al producto del módulo por el coseno y el seno del ángulo de fase resultando en:

$$E_{dyn} = |E'| \cdot \cos \varphi$$

$$\eta\omega = |E'| \cdot \sen \varphi$$

El módulo elástico se calcula como el cociente entre tensión y deformación, tal que la tensión es igual  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ . Sin embargo, cuando el módulo elástico se estudia a distintas frecuencias muestra una dependencia de esta.

La fórmula del módulo elástico complejo  $E'$  puede ser generalizada en el dominio frecuencial  $E(\omega)$  de la siguiente forma:

$$E' = E_{dyn} + j\eta\omega$$

$$E(\omega) = E_{real} + jE_{imag}$$

donde  $E_{real}$  representa a la parte real llamada módulo de almacenamiento,  $E_{imag}$  representa a la parte imaginaria llamada módulo de pérdida. A su vez,  $E_{(\omega)}$  está caracterizado por un módulo  $|E_{(\omega)}|$  y un argumento  $\varphi = \omega t$ :

$$|E_{(\omega)}| = \sqrt{E_{real}^2 + jE_{imag}^2}$$

$$\omega t = \arctg\left(\frac{E_{imag}}{E_{real}}\right)$$

$$E_{real} = E_{(\omega)} \cdot \cos \omega t$$

$$E_{imag} = E_{(\omega)} \cdot \text{sen } \omega t$$

## Actividades

1. Biomecánica:
  - a. Realizar un barrido de frecuencias de 1 a 4 Hz sobre una muestra de tejido biológico (arteria), guardar los datos en un archivo .csv.
  - b. Realizar un barrido de frecuencias de 1 a 5 Hz sobre dos muestras de tubular, guardar los datos en un archivo .csv.
  - c. Realizar los bucles presión-diámetro y analizar el comportamiento de los mismos.
  - d. Calcular  $E'$ ,  $E_{real}$  y  $E_{imag}$  y graficarlos en función de la frecuencia.
  - e. ¿Es válido en todos estos casos utilizar un modelo  $\eta\omega$ ?
  - f. Describa los algoritmos a utilizar para encontrar  $\eta$  y  $E_{dyn}$ .
2. Fisiología Cuantitativa (en el informe, debe abordar los siguientes puntos):
  - a. ¿Se puede utilizar el mismo modelo para tubos sintéticos que para arterias? En caso de no poderse, ¿qué modificaciones propone se le realice al modelo de Voigt?, ¿por qué?
  - b. Especifique la expresión del módulo complejo de Hardung ( $E'$ ) para el modelo a utilizar con los datos experimentales in-vivo
  - c. ¿Qué procedimientos utiliza para hallar cada uno de los parámetros del modelo? Asuma que tiene datos de presión aórtica y diámetro aórtico para una única frecuencia cardíaca.
  - d. Incluya en una o varias imágenes las siguientes señales:
    - i. Bucle PV aórtico medido.
    - ii. Bucle PV aórtico estimado mediante E,  $\eta$  y M.
    - iii. Bucle PV aórtico estimado mediante E y  $\eta$ .
    - iv. Bucle PV aórtico estimado únicamente mediante E.

Puede elegir graficar cierta cantidad de ciclos o un ciclo promedio. Indique los valores de E,  $\eta$  y M obtenidos, ¿tienen sentido?
  - b. Calcule para cada uno de los ítemes 2, 3 y 4 el valor de  $R^2$  respecto del primero. Compare los resultados obtenidos entre sí (cuantitativa y cualitativamente), ¿Qué modelo dio una mejor estimación?

## Cronograma de ejecución

Miércoles 8/05	Práctico presencial
	Clase de consulta
Miércoles 22/05	Entrega de informe + código