Práctico 11

1- Escribir los primeros 3 términos y las primeras 3 sumas parciales de las series de término general:

a) $a_n = \dfrac{1}{n(n+2)}$, $n \geq 1$

b) $a_n = \dfrac{n!}{(2n)!}$, $n \geq 1$

c) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n^2}$, $n \geq 1$

2- Escribir el término general de las siguientes series:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{10}} + \dfrac{1}{\sqrt{20}} + \dfrac{1}{\sqrt{30}} + \dfrac{1}{\sqrt{40}} + \cdots$

b) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{8} + \dfrac{4}{16} + \dfrac{5}{32} + \cdots$

c) $2 + \dfrac{3}{2} + \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{4} + \dfrac{6}{5} + \cdots$

d) $1 - \dfrac{1}{3^2} + \dfrac{1}{5^2} - \dfrac{1}{7^2} + \dfrac{1}{9^2} - \cdots$

3- Sea $(a_n)_{n\geq 1} \geq$ *de la cual se sabe*: $A_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{2n+1}{n+3}$ a) Clasifica

$\sum_{n\geq 1} a_n$

b) Calcula a_1 *y determina* $a_n\ \forall n \geq 2$

4- Clasifica las siguientes series y en caso de convergencia halla la suma de las mismas:

$$a)\ \sum_{n\geq 1}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad b)\ \sum_{n\geq 1}\left(-\frac{5}{4}\right)^{n-1} \quad c)\ \sum_{n\geq 0} e^{-n}$$

$$d)\ \sum_{n\geq 0}\frac{(-1)^n}{2^n} \quad e)\ \sum_{n\geq 1}\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad f)\ \sum_{n\geq 0}\left(-\frac{a}{2}\right)^n$$

5- Se sabe que $\sum_{n\geq 1} a_n = 8$ y que $\sum_{n\geq 1} b_n = -1/2$. Clasifica $\sum_{n\geq 1}(-2a_n + 6b_n)$ fundamentando, en caso de convergencia halla su suma.

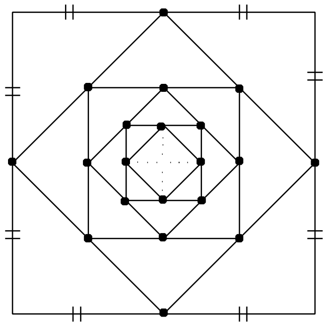
6- Clasifica las siguientes series y en caso de convergencia, halla sus sumas:

$$a)\ \sum_{n\geq 0}\frac{2^n + 3^n}{6^n} \quad b)\ \sum_{n\geq 0}\frac{2^n + 7^n}{6^n} \quad c)\ \sum_{n\geq 0}\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}} \quad d)\ \sum_{n\geq 2}\frac{2^{n-1} + 4^{n+1}}{8^n}$$

7- Sabiendo que $a_n \geq 0$ y que $\sum a_n$ converge, indicar si las siguientes series son convergentes o no, explicando por qué.

$$a)\ \sum \frac{1}{a_n} \quad b)\ \sum a_n^2 \quad c)\ \sum \sqrt{a_n} \quad d)\ \sum \log(1+a_n)$$

8- **(a)** Calcular la suma de las áreas de los cuadrados de la figura sabiendo que la dimensión del cuadrado de mayor área es 10x10.



(b) Una pelota se tira desde una altura de un metro y comienza a rebotar. Cada vez que rebota, la pelota alcanza los 3/5 de la altura máxima que había alcanzado antes de la caída anterior. Calcular la distancia vertical recorrida por la pelota.

9- Clasifica las siguientes series y en caso de convergencia halla la suma de dichas series:

$$a)\sum_{n\geq 1}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}\right) \quad b)\sum_{n\geq 1}\left(\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}\right)$$

$$c)\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n.(n+2)} \quad d)\sum_{n\geq 1}\frac{n-1}{n!}$$

10- Considerando que la serie armónica $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n^\alpha}$ converge si $\alpha > 1$ y en este caso se puede acotar su suma de la siguiente forma: $\frac{1}{\alpha-1} \leq \sum_{n\geq 1}\frac{1}{n^\alpha} \leq 1+\frac{1}{\alpha-1}$, clasifica las siguientes series y en caso de convergencia, encuentra cotas de sus sumas:

$$a)\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n^2} \quad b)\sum_{n\geq 1}\frac{1}{\sqrt{n}} \quad c)\sum_{n\geq 1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$$

11- Usando el criterio de comparación (mayorante), clasifica:

$$a)\sum_{n\geq 1}\frac{(Ln)^2}{n} \quad b)\sum_{n\geq 1}\frac{(sen\, n)^2}{n^2}$$
$$c)\sum_{n\geq 1}\frac{n}{n^2+1} \quad d)\sum_{n\geq 1}\frac{2-\cos\frac{1}{n}}{n^{\alpha}}$$

12- Usando el criterio de comparación (paso al límite) y el criterio del equivalente (caso L=1) clasifica:

$$a)\sum_{n\geq 1}n^2e^{-2n} \quad b)\sum_{n\geq 1}\frac{2n^2-5n}{n^4}$$
$$c)\sum_{n\geq 1}L\left(1+\frac{1}{n^3}\right) \quad d)\sum_{n\geq 1}\left(e^{\frac{1}{n^4}}-1\right)$$
$$e)\sum_{n\geq 1}\frac{L(n+1)-Ln}{10n+1} \quad f)\sum_{n\geq 1}\frac{n^2+1}{n^3}$$

13- Usando el criterio de D'Alembert (criterio del cociente), clasificar las siguientes series:

$$a)\sum_{n\geq 1}\frac{2n-1}{\left(\sqrt{2}\right)^n} \quad b)\sum_{n\geq 1}\frac{n!}{n^n}$$
$$c)\sum_{n\geq 1}\frac{Ln}{n!} \quad d)\sum_{n\geq 1}\frac{n^2+1}{n!}$$

14- Recurriendo a: $\sum_{n\geq 0}\frac{1}{n!}=e$

Hallar la suma de: $\sum_{n\geq 0}\frac{3n^2-4n+2}{n!}$(sugerencia: descomponer el término n-ésimo en la forma: $\frac{3n^2-4n+2}{n!}=\frac{A}{n!}+\frac{B}{(n-1)!}+\frac{C}{(n-2)!}\ \ n\geq 2$

15- Demuestra que la serie $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\frac{4}{5!}+\cdots$ converge y calcula su valor.