Práctico 10

1- Demuestra que la sucesión $a_n = \frac{2n+4}{n}$ tiene límite 2. Halla $n_0 \in N \ \ tal\ que\ \ a_n \in E(2, 0{,}01)\ \ \forall n \geq n_0$

2- Prueba que la sucesión $a_n = \frac{4n-1}{n+3}$ tiene límite 4. Determina cuántos términos de la misma no pertenecen a E(4, 0.02)

3- Prueba que la sucesión $a_n = \frac{n^2-3n}{2n^2}$ tiene límite 1/2. Determina cuántos términos quedan fuera de E(1/2, 0,001)

4- Prueba que la sucesión $a_n = \frac{3n^2+1}{n}$ tiene límite +∞. Determina cuántos términos de la sucesión son menores que 10^6.

5- Estudiar monotonía, acotación y convergencia de las siguientes sucesiones $(\mathrm{a_n})_{\mathrm{n \in N}}$, donde:

$$a)a_n = 1 + \frac{1}{n} \quad b)a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n} \quad c)a_n = n + \frac{1}{n}$$
$$d)a_n = \frac{n^2}{2^n} \quad e)a_n = \frac{n}{n+1} \quad f)a_n = \frac{n+2}{2n-1}$$

6-

Halla los puntos de aglomeración, $\overline{lim}$ y $\underline{lim}$ de las siguientes sucesiones:

$$a_n = \frac{1+(-1)^n}{2} \qquad a_n = (-1)^n n \qquad a_n = 3^{cosn\pi}$$
$$a_n = \frac{n-1}{n+1}\ \cos\frac{2n\pi}{3} \qquad a_n = n^2\ (1+(-1)^n) \qquad a_n = n^{(-1)^n}$$
$$a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2} \qquad a_n = 1 + \frac{n}{n+1}\ \cos\frac{n\pi}{2}$$

7- Sea la sucesión: $\mathrm{a_1 = 3} \qquad \mathrm{a_{n+1} = \frac{3(1+a_n)}{3+a_n}} \qquad \mathrm{\forall n \in N, n \geq 1}$

- a- Demostrar que $\mathrm{a_n \geq \sqrt{3}}$, $\mathrm{\forall n \geq 1}$
- b- Estudiar monotonía de $\mathrm{a_n}$.
- c- Deducir que $\mathrm{a_n}$ tiene límite y calcularlo.

8- Sea $\mathrm{(a_n)_{n \geq 0}}$; $\mathrm{a_0 = 0} \quad \mathrm{a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}} \quad \mathrm{\forall n \geq 0}$

- a- Demostrar que $\mathrm{(a_n)}$ está acotada superiormente por 2.
- b- Demostrar que $\mathrm{(a_n)}$ es monótona creciente.
- c- Demostrar que $\mathrm{(a_n)}$ converge y calcular su límite.

9- Sea $\mathrm{(a_n)_{n \geq 0}}$; $\mathrm{a_1 = 1} \quad \mathrm{a_{n+1} = \sqrt{3a_n}} \quad \mathrm{\forall n \geq 1}$, estudiar monotonía y convergencia de $\mathrm{(a_n)}$

10- Dado un número $\lambda > 0$ consideremos la sucesión $(x_n)_{n\in N}$ dada por:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{\lambda}{x_n}\right), \quad \forall n \geq 0, \qquad x_0 > \sqrt{\lambda}$$

(a) Probar que $(x_n)_{n\in \mathbb{N}}$ es decreciente y que está acotada inferiormente por $\sqrt{\lambda}$. Deducir que converge y probar que su límite es $\sqrt{\lambda}$.

11- Sea la sucesión definida por $x_1 \geq 0$ y la siguiente recurrencia:

$$x_{n+1} = \sqrt{2x_n^2 + 1} \ \forall n \geq 1$$

1. Estudiar monotonía de $(x_n)_{n\in \mathbb{N}}$.
2. Mostrar que la hipótesis de convergencia lleva a una contradicción.
3. Calcular el límite de $\frac{x_{n+1}}{x_n}$