Segundo Parcial de Dinámica Clásica. CURE 2015

1. Se considera un péndulo de masa m y longitud *l,* cuyo soporte de masa M puede deslizar libremente sin rozamiento sobre una guía horizontal, como se muestra en la Figura 1.
a. Halle la Lagrangiana del sistema.
b. Determine la Hamiltoniana del sistema. ¿Es constante?
c. Determine las ecuaciones del movimiento a partir de las ecuaciones de Hamilton.

2. Se considera una partícula puntual de masa *m* que se mueve en el espacio de tres dimensiones con coordenadas cartesianas *x, y ,z* bajo la acción de fuerzas con energía potencial *V(x,y,z).*
a. Escriba la Lagrangiana y determine los momentos generalizados correspondientes a cada coordenada.
b. Considere las componentes del momento angular de la partícula con respecto al origen. Determine el corchete de Poisson entre cada par de componentes cartesianas de dicho momento angular.
c. Determine los corchetes de Poisson de la componente z del momento angular con cada componente del momento lineal (o cantidad de movimiento).
d. Recordando que la componente z del momento angular es el generador de transformaciones canónicas infinitesimales correspondientes a rotaciones infinitesimales en torno al eje z, determine (usando el resultado de 2.c.) como transforman las componentes del momento lineal bajo dicha transformación. Compare con la transformación de las coordenadas vista en clase.

3. Se consideran dos masas puntuales de masa *m* y dos resortes de constante elástica *k* y longitud natural *l,* unidos como se muestra en la Figura 2. El soporte es fijo, y las masa se mueven solo en la dirección vertical.
a. Determine la Lagrangiana del sistema.
b. Determine la configuración de equilibrio del sistema.
c. Para pequeñas oscilaciones en torno al equilibrio, determine las frecuencias angulares normales y la forma de las soluciones generales de las coordenadas en función del tiempo.