# Teoría de Circuitos

CURE

2021

## Índice


**1. Elementos de circuitos** **2**

1.1. Fuentes de tensión y de corriente . . . 2

1.2. Componentes eléctricos de un circuito . . . 2

**2. Conceptos básicos sobre circuitos** **3**

2.1. Ley de ohm y leyes de Kirchhoff . . . 3

2.2. Divisor de tensión . . . 4

2.3. Divisor de corriente . . . 5

2.4. Series y paralelo de resistencias . . . 5

2.5. Series y paralelo de impedancias . . . 6

2.6. Series y paralelo de admitancias . . . 6

2.7. Reducción de circuito a equivalentes . . . 7

2.8. Ley de ohm aplicada a componentes(en el tiempo) . . . 8

2.9. Superposición . . . 8

**3. Regimén Sinusoidal** **9**

3.1. Ley de ohm aplicado a componentes(en frecuencia) . . . 9

3.2. Diagrama fasorial para R,C y L . . . 9

3.3. ¿Cómo resolver un circuito usando fasores? . . . 9

3.4. Ejemplo . . . 9

**4. Potencia** **11**

4.1. Potencia instántanea consumida . . . 11

4.2. Potencia media . . . 11

4.3. Potencia usando fasores . . . 11

4.4. Ejemplo de cálculo: Potencia aparente para R, C y L . . . 12

4.5. Compensar la reactiva . . . 13

**5. Función de transferencia** **15**

5.1. Decibel(dB) . . . 15

5.2. Sistema de primer orden . . . 15

5.3. Sistema de segundo orden . . . 16

# 1. Elementos de circuitos

## 1.1. Fuentes de tensión y de corriente

- **Fuente de voltaje**

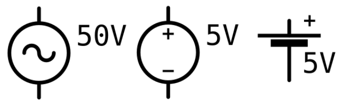


Figura 1.0

- **Fuente de corriente**

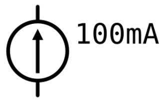


Figura 1.1

## 1.2. Componentes eléctricos de un circuito


Figura 1.2

# 2. Conceptos básicos sobre circuitos

## 2.1. Ley de ohm y leyes de Kirchhoff

- **Ley de Ohm**

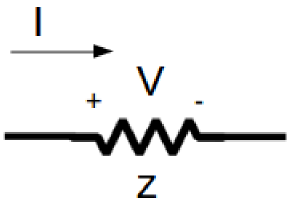


Figura 2.0

$$V = Iz$$

- **Leyes de kirchhoff**

  **Nodos**
  Las corrientes que entran a un nodo son iguales que las que salen del nodo.

$$i_1 = i_2 + i_3$$

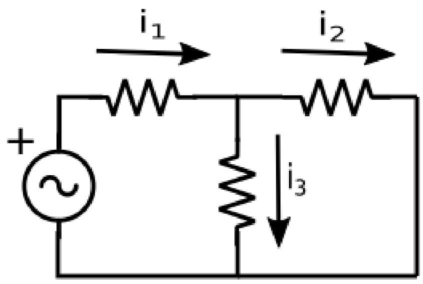


Figura 2.1

**Mallas**
Dada una malla, las subidas de tensión son iguales a las bajadas de tensión.

**Malla 1**

$$V_s = V_1 + V_3 \tag{1}$$

**Malla 2**

$$V_2 = V_3 \tag{2}$$

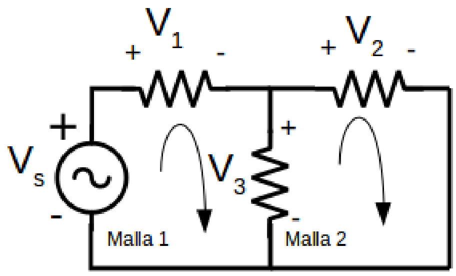


Figura 2.2

## 2.2. Divisor de tensión

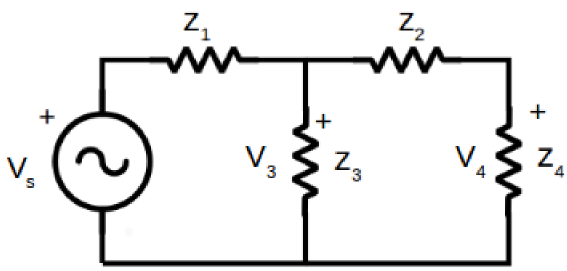


Figura 2.3

**Aplicado en $V_4$**

$$V_4 = \frac{z_4 V_3}{z_2 + z_4} \tag{3}$$

**Aplicado en $V_2$**

$$V_2 = \frac{z_2 V_3}{z_2 + z_4} \tag{4}$$

**Aplicado en $V_3$**

$$V_3 = \frac{z_T V_s}{z_1 + z_T} \tag{5}$$

**Aplicado en $V_1$**

$$V_1 = \frac{z_1 V_s}{z_1 + z_T} \tag{6}$$

## 2.3. Divisor de corriente

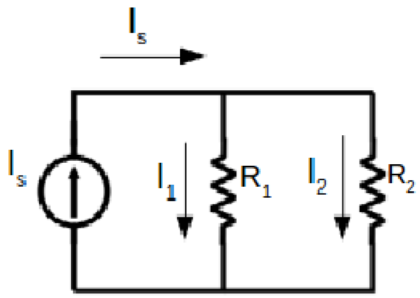


Figura 2.4

**Aplicando en $I_1$**

$$I_1 = \frac{R_2 I_s}{R_1 + R_2} \tag{7}$$

**Aplicando en $I_2$**

$$I_2 = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} \tag{8}$$

## 2.4. Series y paralelo de resistencias

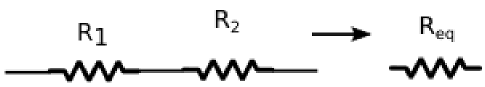


Figura 2.5

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \tag{9}$$

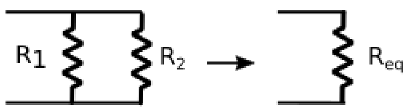


Figura 2.6

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{10}$$

### 2.5. Series y paralelo de impedancias

- **Impedancias en serie**

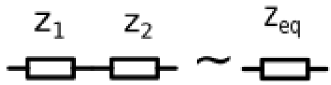


Figura 2.7

$$z_{eq} = z_1 + z_2 \tag{11}$$

- **Impedancias en paralelo**

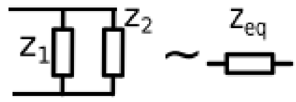


Figura 2.8

$$z_{eq} = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} \tag{12}$$

### 2.6. Series y paralelo de admitancias

- **Admitancias en serie**


Figura 2.9

$$G_{eq} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \tag{13}$$

- **Admitancias en paralelo**

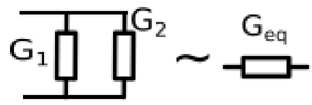


Figura 2.10

$$G_{eq} = G_1 + G_2 \tag{14}$$

**Obs:** $G = \frac{1}{z}$ puede resultar conveniente usar admitancias cuando los componentes están en paralelo.

## 2.7. Reducción de circuito a equivalentes

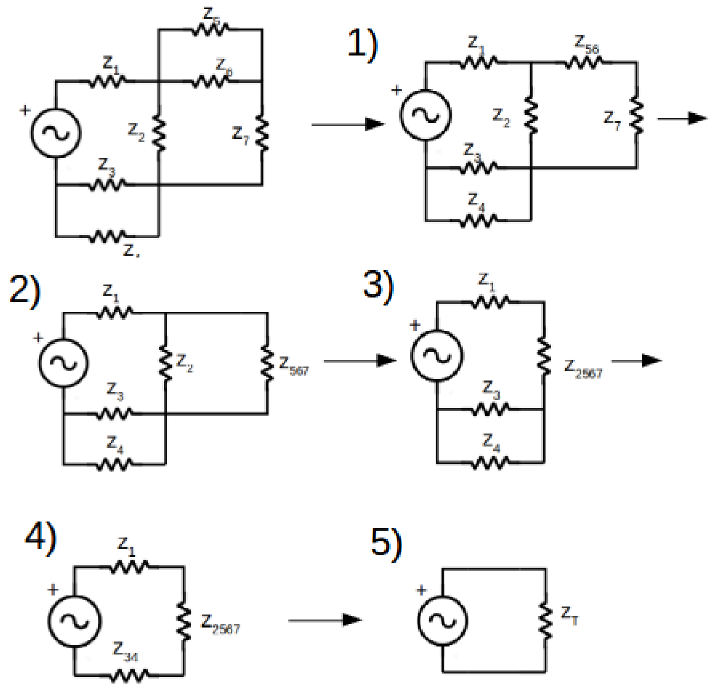


Figura 2.11

- **Paso 1**
  Hacemos el paralelo entre $z_5$ y $z_6$
- **Paso 2**
  Serie entre $z_{56}$ y $z_7$
- **Paso 3**
  Paralelo entre $z_{567}$ y $z_2$

- **Paso 4**
  Paralelo $z_3$ y $z_4$
- **Paso 5**
  Por último, serie entre $z_1, z_{34}$ y $z_{2567}$

## 2.8. Ley de ohm aplicada a componentes(en el tiempo)

- Resistencia
$$v(t) = i.R \tag{15}$$
- Condensador o Capacitor
$$i(t) = C.\frac{dv(t)}{dt} \tag{16}$$
- Inductancia o Bobina
$$v(t) = L.\frac{di(t)}{dt} \tag{17}$$

**Comportamiento en régimen de continua**
Las inductancias en régimen de continua se comportan como cables (la tensión entre los bornes de la bobina vale 0).
Los capacitores en régimen de continua se comportan como circuitos abiertos (la tensión entre los bornes del capacitor es constante, la corriente vale 0).

## 2.9. Superposición

Cuando el circuito está alimentado por **fuentes independientes**, podemos separar el efecto de cada fuente, analizarla a cada una y luego sumar el resultado final.
Para esto, las fuentes independientes de corriente se abren ($I = 0$) y las fuentes independientes de tensión se cortocircuitan ($V = 0$).

# 3. Regimén Sinusoidal

## 3.1. Ley de ohm aplicado a componentes(en frecuencia)

- Resistencia

$$V_R = I_R.R \tag{18}$$

- Condensador o Capacitor

$$V_C = \frac{I_C}{Cj\omega} \tag{19}$$

- Inductancia o Bobina

$$V_L = Lj\omega.I_L \tag{20}$$

Observación: Ver que $V_c$ está $\frac{\pi}{2}$ desfasado de $I_C$ en sentido horario.

## 3.2. Diagrama fasorial para R,C y L

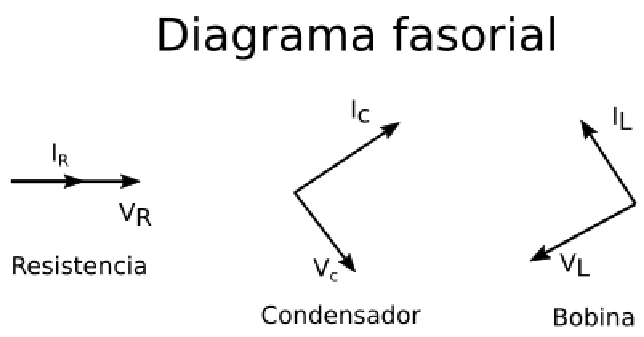


Figura 3.0

## 3.3. ¿Cómo resolver un circuito usando fasores?

1. Cambiar fuente por fasor asociado.
2. Cambiar los componentes por sus fasores asociados.
3. Resolver el circuito(Ley de Ohm, leyes Kirchhoff, divisores de tensión o de corriente ).
4. Volver la expresión de interés resultante al tiempo.

## 3.4. Ejemplo

Dada una señal sinusoidal:

$$v_i(t) = V_i.cos(\omega t + m) \tag{21}$$

- $V_i$ amplitud de la señal
- $\omega$ frecuencia de la señal
- $m$ es la fase de la señal

- $t$ el tiempo

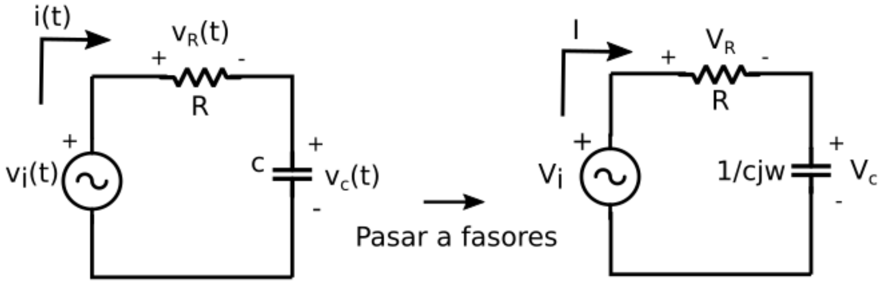


Figura 3.1

$$v_i(t) = V_i.cos(\omega t) \rightarrow v_i(t)\ en\ fasores = V_i \quad (22)$$

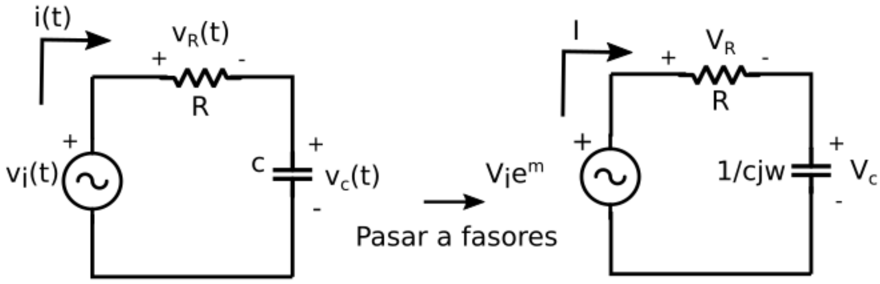


Figura 3.2

$$v_i(t) = V_i.cos(\omega t + m) \rightarrow v_i(t)\ en\ fasores = V_i.e^{jm} \quad (23)$$

Pasar de expresión en frecuencia(fasores) a una expresión en el tiempo:
Sea el fasor $V_o$:

$$V_0 = a + bj = |V_0|e^{jarctg(\frac{b}{a})} \quad (24)$$

Usando la definición de fasores:

$$v_0(t) = Re\{V_0.e^{j\omega t}\} \quad (25)$$

$$v_0(t) = \sqrt{a^2 + b^2}.Re\{e^{j(\omega t + arctg(\frac{b}{a}))}\} \quad (26)$$

Recordar que:

$$e^{j\omega t} = cos(wt) + jsen(wt) \quad (27)$$

Por lo tanto:

$$v_0(t) = \sqrt{a^2 + b^2}.cos(wt + arctg(\frac{b}{a})) \quad (28)$$

# 4. Potencia

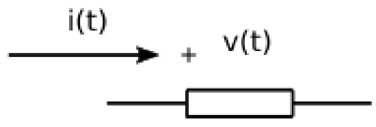


Figura 4.0

## 4.1. Potencia instántanea consumida

$$p(t) = v(t).i(t) \tag{29}$$
$$v(t) = V cos(wt) \tag{30}$$
$$i(t) = I cos(wt + \phi) \tag{31}$$

$$p(t) = \frac{VI[cos(2wt + \phi) + cos(\phi)]}{2} \tag{32}$$

## 4.2. Potencia media

$$P = \frac{VIcos(\phi)}{2} \tag{33}$$

Si utilizamos valores eficaces (valor cuadrático medio de la señal):

$$V_{ef} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$
$$I_{ef} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$
$$P = V_{ef} I_{ef} cos(\phi) \tag{34}$$

## 4.3. Potencia usando fasores

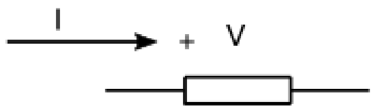


Figura 4.1

Potencia aparente

$$S = \frac{V.I^*}{2} \tag{35}$$

**Observación:** $I^*$ es el conjugado de $I$

$$S = P + Qj \tag{36}$$

- $A$ es la potencia aparente [VA]
- $P$ es la potencia activa o media[Watts]
- $Q$ es la potencia reactiva[Var]

## 4.4. Ejemplo de cálculo: Potencia aparente para R, C y L

- **Caso Resistencia**


Figura 4.2

$$S = \frac{|V_R|^2}{2R} \tag{37}$$

Por lo tanto:

$$P_r = \frac{|V_R|^2}{2R}; Q_R = 0 \tag{38}$$

Resistencias solo comsumen potencia activa y no consumen potencia reactiva

- **Caso Capacitor**

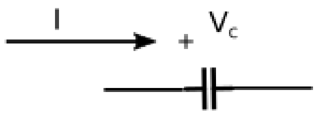


Figura 4.3

$$S = \frac{-j\omega C|V_C|^2}{2} \tag{39}$$

Por lo tanto:

$$P_c = 0; Q_c = \frac{-\omega C|V_C|^2}{2} \tag{40}$$

El capacitor ”entrega” potencia reactiva

- **Caso bobina**


Figura 4.4

$$S = \frac{j|V_L|^2}{2\omega L} \tag{41}$$

Por lo tanto:

$$P_L = 0; Q_L = \frac{j|V_L|^2}{2\omega L} \tag{42}$$

La bobina "consume" potencia reactiva

## 4.5. Compensar la reactiva

- **Componente en serie**

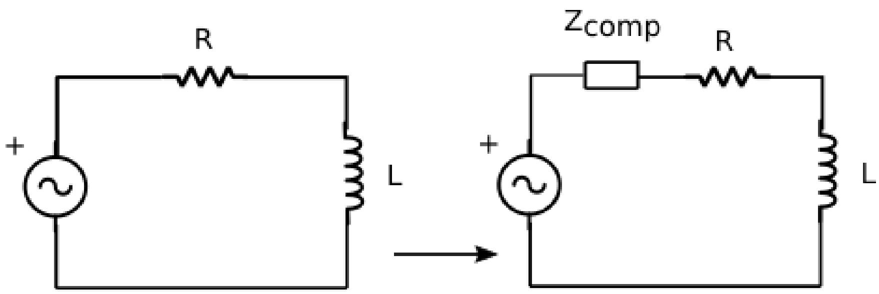


Figura 4.5

$$Z_{total} = Z_{comp} + R + Lj\omega \tag{43}$$

$$Im[Z_{total}] = 0 \rightarrow Im[Z_{comp}] = -L\omega \tag{44}$$

$$Z_{comp} = \frac{1}{jc\omega} \rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} \tag{45}$$

- **Componente en paralelo**

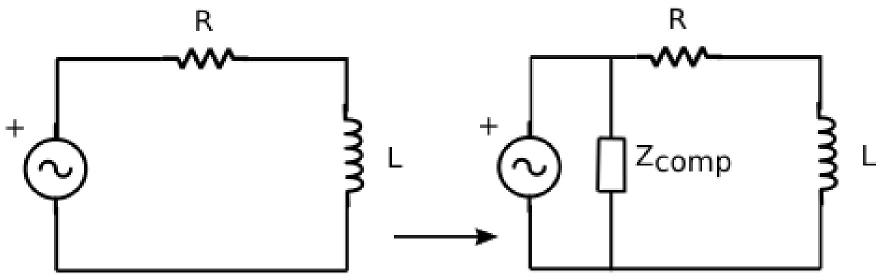


Figura 4.6

$$I = \frac{V}{R + Lj\omega} \rightarrow Q_C = \frac{-|V|^2 L\omega}{2(R^2 + L^2\omega^2)} \tag{46}$$

Componente para compensar:

$$Z_{comp} = \frac{1}{jc\omega} \tag{47}$$

$$I_C = Vj\omega C \rightarrow Q_c = Im[\frac{VI_C^*}{2}] = \frac{-|V|^2\omega C}{2} \tag{48}$$

$$\frac{-|V|^2\omega C}{2} = \frac{-|V|^2 L\omega}{2(R^2 + L^2\omega^2)} \tag{49}$$

El valor del capacitor es:

$$C = \frac{L}{(R^2 + L^2\omega^2)} \tag{50}$$

# 5. Función de transferencia

En régimen sinusoidal, la transferencia $H(j\omega)$ se define como la salida sobre la entrada. Si nuestra señal de entrada es $v_i(t) = V\cos(\omega t)$ y la salida es $V_o$:

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} \tag{51}$$

La salida $V_o$ en el tiempo se puede hallar como:

$$v_o(t) = |H(j\omega)| V\cos(\omega t + arg(H(j\omega))) \tag{52}$$

## 5.1. Decibel(dB)

$$20.log_{10}\frac{V_0}{V_i} \tag{53}$$

- $V_0$ voltaje de salida
- $V_i$ voltaje de entrada

**Una octava**

Una frecuencia $\omega_1$ está a una octava por arriba de otra frecuencia $\omega_2$ si:

$$\omega_1 = 2.\omega_2 \tag{54}$$

**Una decada**

Una frecuencia $\omega_1$ está una década por arriba de otra frecuencia $\omega_2$ si:

$$\omega_1 = 10.\omega_2 \tag{55}$$

## 5.2. Sistema de primer orden

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n}{j\omega + \omega_n} \tag{56}$$

- Diagrama de Bode, asintótico y real

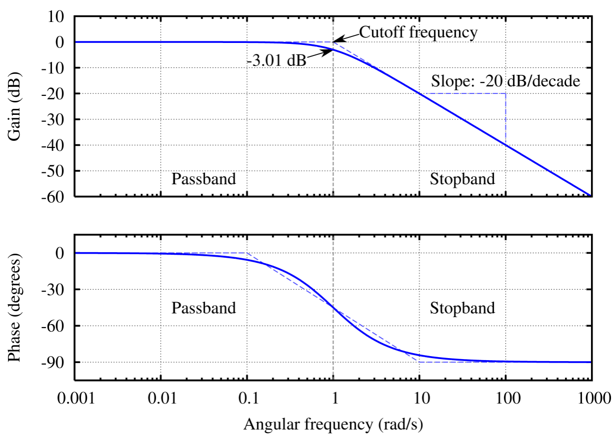


Figura 5.0[1]

[1] Imagen tomada de wikipedia

## 5.3. Sistema de segundo orden

$$H(j\omega) = \frac{2j\omega.\omega_2}{(j\omega + \omega_1)(j\omega + \omega_2)} \tag{57}$$

- Diagrama de Bode, asintótico

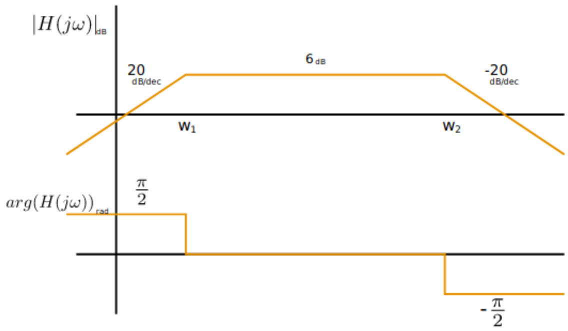


Figura 5.1[2]

[2]Imagen tomada de parcial 2014,Teoria de circuitos, CURE