

Teoría de Circuitos

Práctico 8 *Amplificadores Operacionales*

2012

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cual indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ♦ básica, ★ media, * avanzada, y * difícil.

♦ Ejercicio 1

Verificar que el circuito de la figura 1 es un amplificador inversor de voltaje.

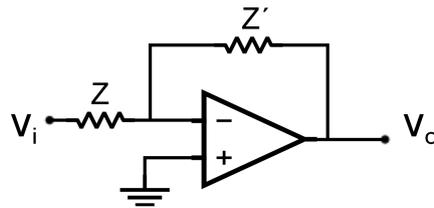


Figura 1:

♦ Ejercicio 2

Verificar que el circuito de la figura 2 es un amplificador no inversor de voltaje.

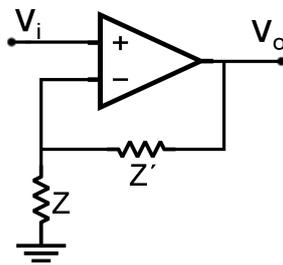


Figura 2:

◆ Ejercicio 3

Hallar la salida V_o del circuito de la figura 3 en función de las entradas V_{i1} , V_{i2} y V_{i3} e indicar posibles aplicaciones.

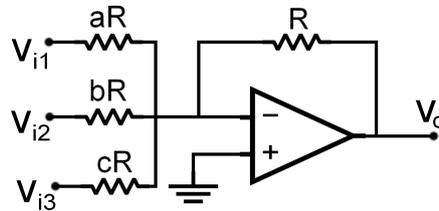


Figura 3:

★ Ejercicio 4

Sea el circuito de la figura 4.

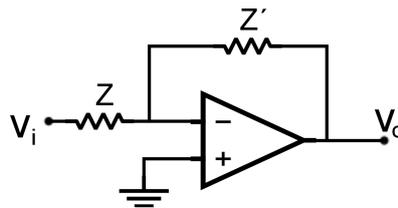


Figura 4:

- Hallar dos posibles formas de elegir Z y Z' para que éste se comporte como un integrador ideal.
- Repetir la parte (a) pero esta vez para obtener un derivador ideal.

***Ejercicio 5**

En los circuitos de las figuras 5 y 6, identificar bloques, hallar transferencias e indicar posibles aplicaciones para cada uno.

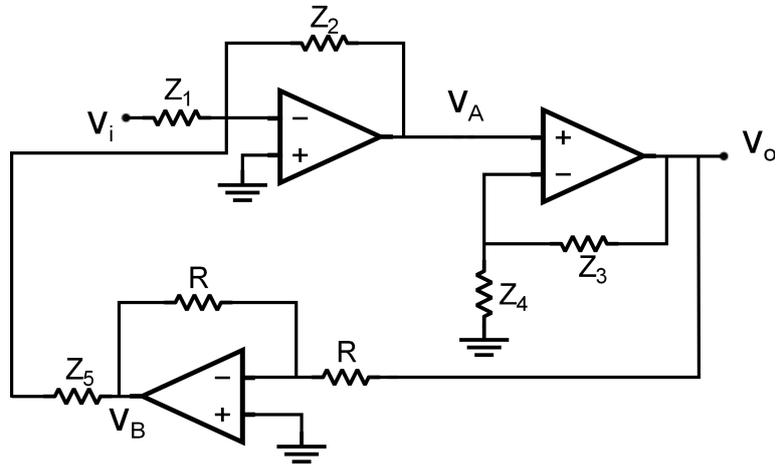


Figura 5:

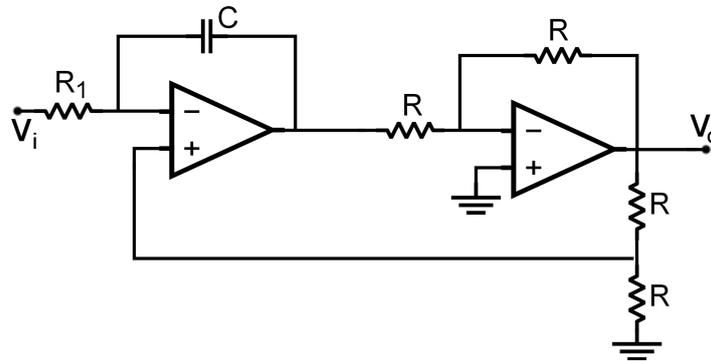


Figura 6:

***Ejercicio 6**

El circuito de la figura 7 corresponde a un Filtro Analógico de Estado Variable (“Analog State Variable Filter”) y se supone que $R_C > \frac{R}{2}$. Utilizando lo visto en el práctico hasta el momento:

- (a) Calcule la transferencia $H_1(s) = \frac{V_{o1}(s)}{V_i(s)}$.
- (b) Calcule la transferencia $H_2(s) = \frac{V_{o2}(s)}{V_i(s)}$.
- (c) Calcule la transferencia $H_3(s) = \frac{V_{o3}(s)}{V_i(s)}$.

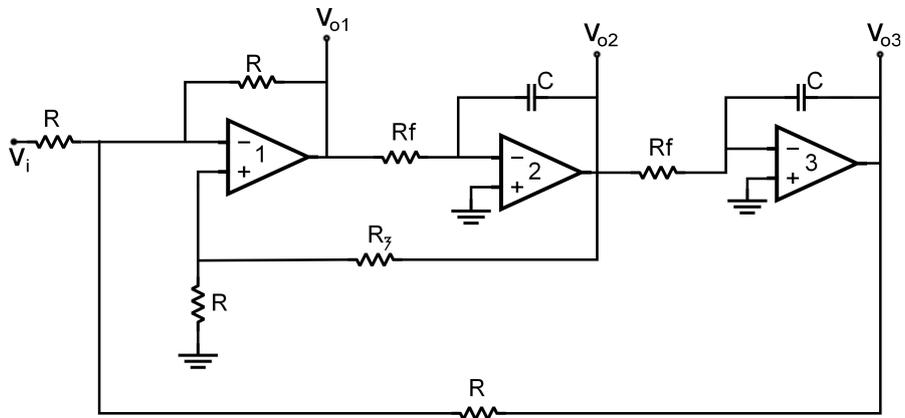


Figura 7:

- (d) Para cada una de las transferencias halladas en las partes anteriores, bosqueje su respuesta en frecuencia e indique a qué filtro corresponde.

Se conecta ahora cada salida del circuito en cuestión, a las entradas correspondientes del circuito del problema 3 con a , b y c variables:

- (e) ¿Qué aplicación le halla a la configuración lograda?

Solución

Ejercicio 1

Definimos las corrientes como en la figura ???. Suponiendo ideal al A.O. planteamos:

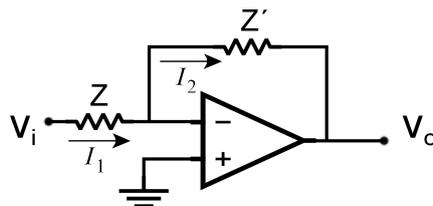


Figura 8:

$$I_1 = \frac{V_i}{Z} = I_2 = -\frac{V_o}{Z'}$$

Finalmente:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z'}{Z}$$

Resultado importante: ¡Recordar!

Decimos entonces que el circuito es un inversor de voltaje. Véase que trabajando en Laplace, si Z y Z' son reales, el voltaje a la salida del circuito será proporcional al primero y de signo opuesto.

Ejercicio 2

Definimos las corrientes como en la figura ???. Suponiendo ideal al A.O. planteamos:

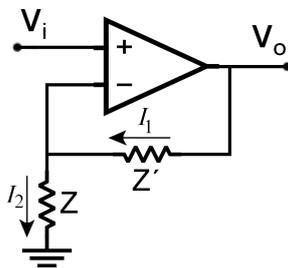


Figura 9:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 \\ V_i &= I_2 Z \end{aligned}$$

Además:

$$V_o = I_1 \cdot Z' + I_2 Z = (Z + Z') \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_o}{(Z + Z')}$$

Finalmente:

$$V_i = \frac{Z}{(Z + Z')} V_o \Rightarrow H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z + Z'}{Z}$$

Resultado importante: ¡Recordar!

Decimos entonces que el circuito es un NO inversor de voltaje. Véase que dado un voltaje de entrada, si Z y Z' son reales, el voltaje a la salida del circuito será proporcional al primero y con el mismo signo.

Ejercicio 3

Definimos la corriente como en la figura ?? . Suponiendo ideal al A.O. planteamos:

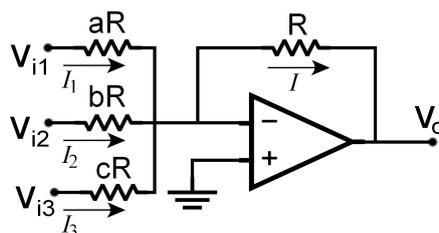


Figura 10:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{V_{i1}}{aR}, \quad I_2 = \frac{V_{i2}}{bR}, \quad I_3 = \frac{V_{i3}}{cR}, \quad I = -\frac{V_o}{R}$$

Despejamos entonces:

$$V_o = -\left(\frac{V_{i1}}{a} + \frac{V_{i2}}{b} + \frac{V_{i3}}{c}\right)$$

Por lo que concluimos que V_o es la suma ponderada de cada una de las entradas. Se trata entonces de un circuito sumador.

Ejercicio 4

(a) Hallamos primero la transferencia del circuito en cuestión (circuito inversor). Definimos entonces las corrientes como en la figura ?? y suponemos al A.O. ideal. Planteamos:

$$I_1 = \frac{V_i}{Z} = I_2 = -\frac{V_o}{Z'}$$

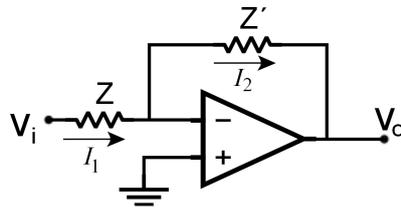


Figura 11:

La transferencia de un circuito inversor genérico será:

$$H(s) = \frac{V_o}{v_i} = -\frac{Z'}{Z}$$

Ahora bien, sabemos que integrar en el tiempo es análogo a multiplicar por $\frac{1}{s}$ en Laplace (más una constante aportada por las condiciones iniciales de la que haremos caso omiso).

Por lo tanto, para que el circuito se comporte como un integrador se debe cumplir que $H(s) \propto \frac{1}{s}$. Obtenemos entonces dos posibles soluciones:

1)

$$\begin{aligned} Z &= Ls \\ Z' &= R \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} Z &= R \\ Z' &= \frac{1}{Cs} \end{aligned}$$

(b)

$$H(s) = \frac{V_o}{v_i} = -\frac{Z'}{Z}$$

Derivar en el tiempo es análogo a multiplicar por s en Laplace. Así entonces, para que el circuito se comporte como un derivador se debe cumplir que $H(s) \propto s$. Obtenemos entonces dos posibles soluciones:

1)

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{Cs} \\ Z' &= R \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} Z &= R \\ Z' &= Ls \end{aligned}$$

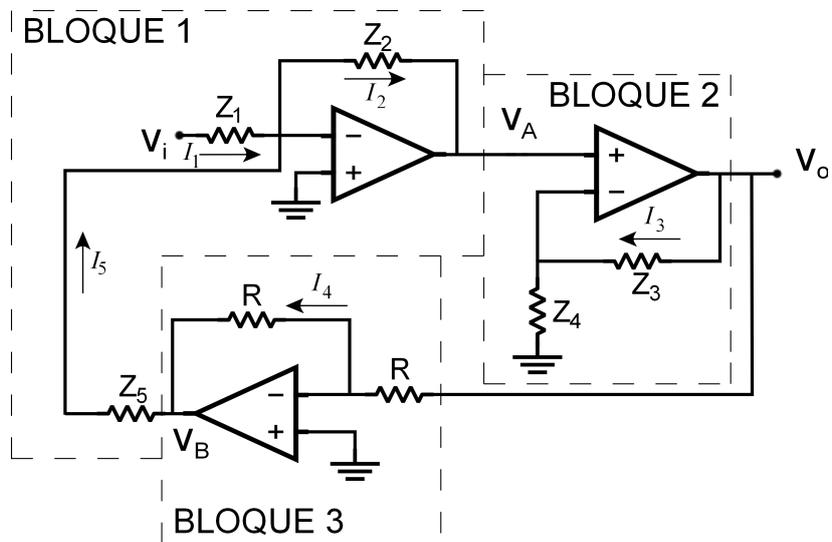


Figura 12:

Ejercicio 5

- (a) Identificamos en el circuito de la figura 5, 3 bloques. Estos, conjuntamente con las corrientes y sus sentidos, se muestran en la figura ??.

BLOQUE 1: Circuito sumador

$$I_2 = I_1 + I_5$$

$$I_1 = \frac{V_i}{Z_1}, \quad I_2 = -\frac{V_A}{Z_2}, \quad I_5 = \frac{V_B}{Z_5}$$

$$V_A = -Z_2 \left(\frac{V_i}{Z_1} + \frac{V_B}{Z_5} \right)$$

BLOQUE 2: Circuito NO inversor

$$V_A = \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \cdot V_o$$

$$V_o = \frac{Z_3 + Z_4}{Z_4} \cdot V_A$$

Resultado importante: ¡Recordar!

BLOQUE 3: Circuito inversor

$$I_4 = \frac{V_o}{R} = -\frac{V_B}{R}$$

$$V_B = -V_o$$

Combinando entonces las 3 ecuaciones que relacionan las entradas a cada bloque con sus respectivas salidas, obtenemos:

$$V_o = -Z_2 \left(\frac{Z_3 + Z_4}{Z_4} \right) \cdot \left(\frac{V_i}{Z_1} - \frac{V_o}{Z_5} \right)$$

Despejando:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2 \cdot Z_5 (Z_3 + Z_4)}{Z_1 [Z_4 \cdot Z_5 - Z_2 (Z_3 + Z_4)]}$$

- (b) Reconocemos en el circuito de la figura 6, 3 bloques. Estos, conjuntamente con las corrientes y sus sentidos, se muestran en la figura ??.

BLOQUE 1:

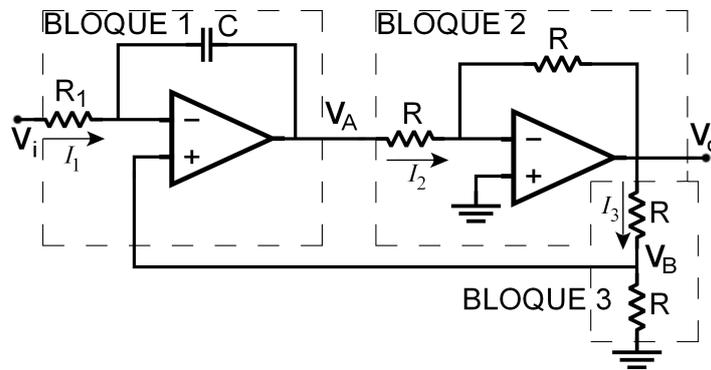


Figura 13:

$$I_1 = \frac{V_i - V_B}{R_1} = (V_B - V_A) \cdot Cs$$

Despejando V_A en función de las entradas V_i y V_B :

$$V_A = \frac{1 + R_1Cs}{R_1Cs} V_B - \frac{1}{R_1Cs} V_i$$

BLOQUE 2: Circuito inversor

Para un circuito inversor genérico:

$$H(s) = -\frac{Z'}{Z}$$

Por consiguiente:

$$V_o = -V_A$$

BLOQUE 3: Divisor de tensión

$$V_B = \frac{R}{R + R} V_o = \frac{V_o}{2}$$

Combinando los resultados más importantes de cada bloque obtenemos:

$$V_o = -V_A = -\frac{1 + R_1Cs}{R_1Cs} V_B - \frac{1}{R_1Cs} V_i = -\frac{1 + R_1Cs}{2R_1Cs} V_o - \frac{1}{R_1Cs} V_i$$

Despejando:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{2}{1 + 3R_1Cs}$$

Ejercicio 6

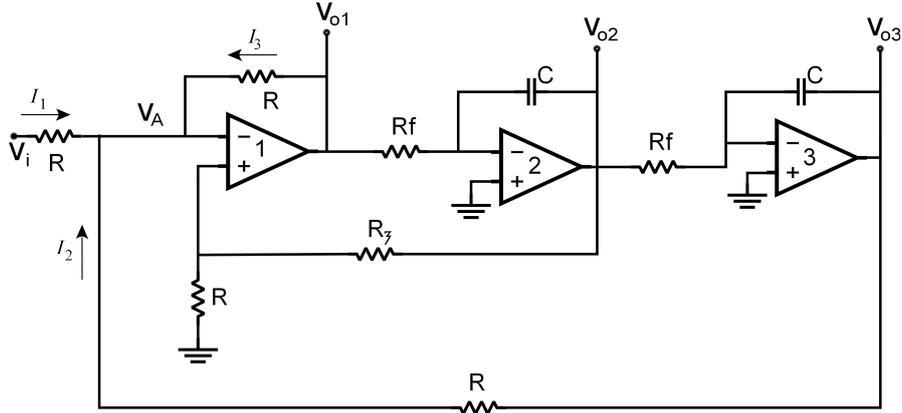


Figura 14:

(a) Sean las corrientes I_1 , I_2 , I_3 y el voltaje V_A los de la figura ???. Podemos plantear rápidamente las siguientes ecuaciones:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_i - V_A}{R} + \frac{V_{o1} - V_A}{R} + \frac{V_{o2} - V_A}{R} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{o2} &= -\frac{1}{R_f Cs} V_{o1} \\ V_{o3} &= -\frac{1}{R_f Cs} V_{o2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{o3} = \frac{1}{(R_f Cs)^2} V_{o1} \quad (2)$$

Además:

$$V_A = \frac{R}{R + R_c} V_{o2} = -\frac{R}{R_f Cs(R + R_c)} V_{o1} \quad (3)$$

De (1), (2) y (3):

$$V_i + V_{o1} + \frac{1}{(R_f Cs)^2} V_{o1} + \frac{3R}{R_f Cs(R_c + R)} V_{o1} = 0$$

Operando adecuadamente:

$$H_1(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{3R}{R_f C(R_c + R)} + \left(\frac{1}{R_f C}\right)^2}$$

(b) De la parte anterior y (2) concluimos que:

$$H_2(s) = -\frac{\left(\frac{1}{R_f C}\right)s}{s^2 + \frac{3R}{R_f C(R_c + R)} + \left(\frac{1}{R_f C}\right)^2}$$

(c) De las partes (a) y (b) y de la ecuación (2) vemos que:

$$H_3(s) = \frac{\left(\frac{1}{R_f C}\right)^2}{s^2 + \frac{3R}{R_f C(R_\zeta + R)}s + \left(\frac{1}{R_f C}\right)^2}$$

(d) Sean $\omega_0 = \frac{1}{R_f C}$ y $\zeta = \frac{3R}{2(R_\zeta + R)} < 1$. Tendremos en todos los casos polos complejos conjugados.

$$H_1(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_0 j\omega + \omega_0^2}$$

■ $\omega \ll \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2}$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= \pi \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 40 \log(\omega) - 40 \log(\omega_0) \end{aligned}$$

■ $\omega \gg \omega_0$: $H(j\omega) \approx 1$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= 0 \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 0 \end{aligned}$$

En la figura ?? se muestran los diagramas de bode **reales** de $H_1(j\omega)$. Véase que se trata de un filtro pasabajos con frecuencia de corte ω_0 .

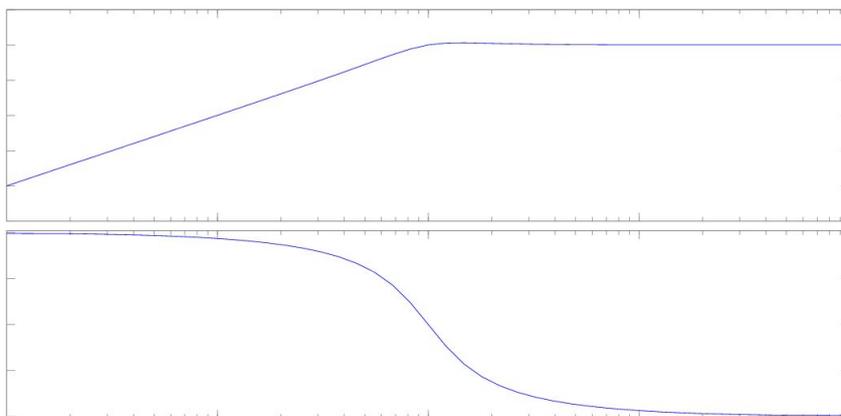


Figura 15: Diagramas de bode reales de módulo (arriba) y fase (abajo) de $H_1(j\omega)$.

$$H_2(j\omega) = \frac{\omega_0 j\omega}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_0 j\omega + \omega_0^2}$$

- $\omega \ll \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{j\omega}{\omega_0}$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= \frac{\pi}{2} \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 20 \cdot \log(\omega) - 20 \cdot \log(\omega_0) \end{aligned}$$

- $\omega \gg \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{\omega_0}{j\omega}$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= -\frac{\pi}{2} \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 20 \cdot \log(\omega_0) - 20 \cdot \log(\omega) \end{aligned}$$

En la figura ?? se muestran los diagramas de bode **reales** de $H_2(j\omega)$. Véase que se trata de un filtro pasabanda con frecuencia central ω_0 .

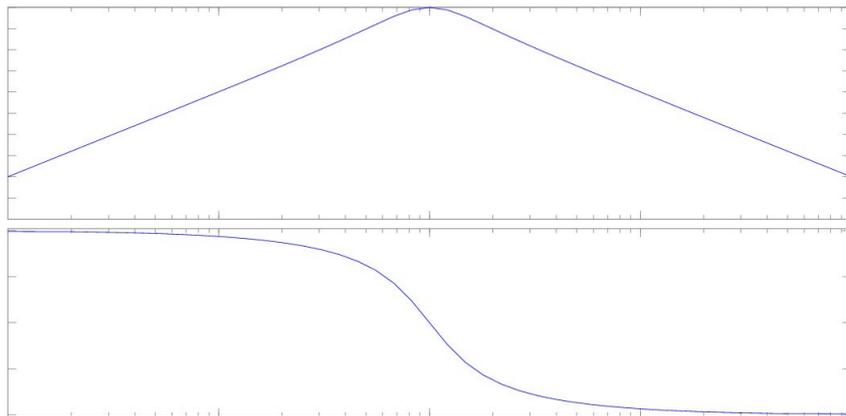


Figura 16: Diagramas de bode reales de módulo (arriba) y fase (abajo) de $H_2(j\omega)$.

$$H_3(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_0 j\omega + \omega_0^2}$$

- $\omega \ll \omega_0$: $H(j\omega) \approx 1$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= 0 \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 0 \end{aligned}$$

- $\omega \gg \omega_0$: $H(j\omega) \approx \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2}$

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= -\pi \\ |H(j\omega)|_{dB} &= 40 \cdot \log(\omega_0) - 40 \cdot \log(\omega) \end{aligned}$$

En la figura ?? se muestran los diagramas de bode **reales** de $H_3(j\omega)$. Véase que se trata de un filtro pasabajos con frecuencia de corte ω_0 .

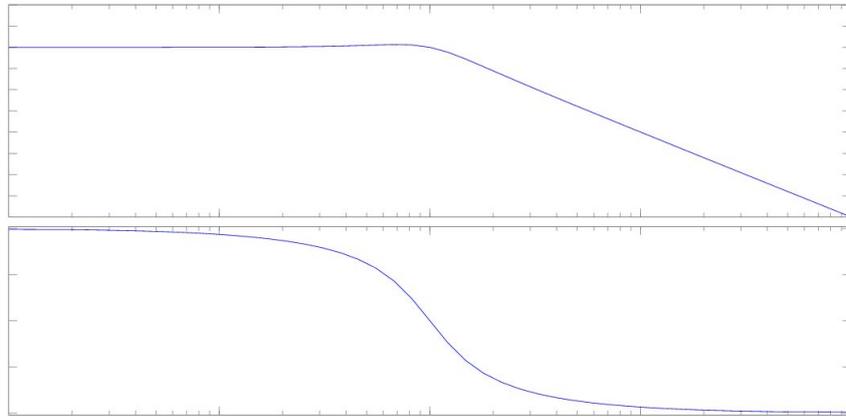


Figura 17: Diagramas de bode reales de módulo (arriba) y fase (abajo) de $H_3(j\omega)$.

(e) ¡Un ecualizador!