

La noción de equilibrio en geomorfología fluvial

ANTONIO CHRISTOFOLETTI*

El presente artículo corresponde al texto de una conferencia dictada en la Pontificia Universidad Católica en abril de 1982.

RESUMEN

El autor desarrolla la noción de equilibrio como un concepto de estabilidad temporal de las transformaciones de los elementos de un Sistema Hidrográfico. El análisis contempla la evolución de este concepto a través de los estudios realizados por diferentes autores desde el siglo pasado a la fecha, y referido a los cursos de agua y red de drenaje.

En relación al tratamiento de los cursos de agua enfatiza la noción de equilibrio con respecto a la geometría hidráulica, al perfil longitudinal, a las oscilaciones del nivel de base y a las capturas fluviales.

La segunda parte de esta conferencia trata el Modelo de Horton y el equilibrio en el contexto espacial para explicar la aplicación de esta noción a las redes de drenaje.

Contiene, además, ejemplos analíticos de cuencas del Brasil.

SUMMARY

The author treats the concept of equilibrium as the temporary stability of the transformation of the elements of an hydrographic system. The paper begins with the analysis of the evolution of this concept through the work of different authors in the last hundred years.

This article is referred to the following matters: surface flow stream and drainage network.

In relation to the first matter, he emphasizes the concept of equilibrium about hydraulic geometric, longitudinal profile, changes in base-level, and fluvial captures.

The second part of this conference discusses Horton's Model and equilibrium in a spatial context in order to explain the use of this concept in drainage network. It also contains analytic examples of basins in Brazil.

La noción de equilibrio es una de las más antiguas en el ámbito de la Geomorfología. De manera explícita e implícita, aparece en muchos trabajos geomorfológicos como un punto de referencia para dar una imagen de funcionamiento o relación entre los hechos y como apoyo para los juicios interpretativos. También se encuentra como idea de proporcionalidad entre los elementos de un conjunto.

En los estudios geomorfológicos, la noción de equilibrio surge de modo implícito en los trabajos de Grove Karl Gilbert, en 1877, en la obra "Report on the Geology of the Henry Mountain". Inicialmente, se limitó a los estudios sobre los cursos de agua, pero posteriormente fue aplicada al estudio de vertientes, por Henri Baulig (1940). En épocas más recientes, a partir de los años cincuenta, la difusión y uso de la teoría de los sistemas y de las perspectivas probabilísticas en las investigaciones geomorfológicas, favorecieron su desarrollo y cambiaron la noción de equilibrio. Actualmente, este término se usa constantemente en la literatura geomorfológica con diversos significados conforme al contexto en que se encuentra empleado.

I. LA NOCIÓN DE EQUILIBRIO APLICADA A LOS CURSOS DE AGUA

En relación a los cursos de agua, la noción de equilibrio puede ser analizada desde varios aspectos. En esta oportunidad se analizará la bibliografía sobre la geometría hidráulica, el perfil longitudinal y dos problemas ligados con la noción de equilibrio de fuerzas y ajustes entre las variables de un sistema. Esos dos problemas se refieren a la captura fluvial por regresión de las cabeceras y a las modificaciones del canal fluvial en el momento de las regresiones del nivel de base.

A) El equilibrio en la geometría hidráulica

La geometría hidráulica se refiere al estudio de las características geométricas y de composición de los canales fluviales, consideradas a través de las relaciones que se establecen en el perfil transversal, siendo el flujo y el material sedimentario los dos elementos que pueden ser caracterizados por diversas variables o atributos, que son las siguientes (figura 1):

* Traducción: Fernando Gutiérrez A.

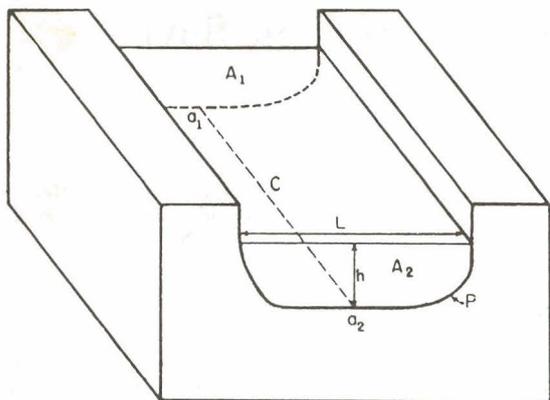


Figura 1: Morfometría del canal de escurrimiento. El ancho (L) y la profundidad (h) del canal se refieren a las crecidas ocupadas por las aguas. El perímetro mojado (P) es la línea externa que señala el encuentro del nivel del agua y el lecho. La sección transversal (A) es el área del perfil transversal de un río. Dividiendo el área por el perímetro mojado se obtiene el radio hidráulico ($R = A/P$), cuyo valor es aproximado a la profundidad media. La pendiente del canal es la diferencia altimétrica entre dos puntos (A_1 y A_2) dividida por la distancia horizontal proyectada entre ellas (C). La velocidad es la descarga por unidad de área.

a) para el elemento flujo:

1. Ancho del canal: —ancho de la superficie de la capa de agua recubriendo el canal;
2. Profundidad: —espesor del flujo medido entre la superficie del lecho y la superficie del agua;
3. Velocidad del flujo: —extensión de la columna de agua que pasa, en determinado perfil, por unidad de tiempo;
4. Volumen del caudal: —cantidad de agua escurrida, por unidad de tiempo;
5. Gradiente de energía: —gradiente de inclinación de la superficie del agua;
6. Relación entre ancho y profundidad: —resulta de la división del ancho por la profundidad;
7. Área: —área ocupada por el flujo en el perfil del canal, considerando el ancho y la profundidad;
8. Perímetro mojado: —línea que señala la extensión de la superficie limitante cubierta por las aguas;
9. Radio hidráulico: —valor dimensional resultante de la relación entre el área y el perímetro mojado ($R = A/P$). Para los ríos muy anchos, el radio hidráulico es aproximado al valor de la profundidad media;
10. Concentración de sedimentos: —cantidad de material detrítico por unidad de volumen, transportada por el flujo.

b) para el material sedimentario:

1. *Granulometría*: —las clases de diámetro del material del lecho y de los márgenes, se indican como D_{84} , D_{50} y D_{16} .
2. *Rugosidad del lecho*: —es la variabilidad topográfica verificada en la superficie del lecho, por la disposición y ajustamiento del material detrítico y de las formas topográficas del lecho.

El estudio del equilibrio en la geometría hidráulica está enfocado bajo la perspectiva del análisis alométrico. La *alometría* representa la transformación proporcional que ocurre en los elementos de un sistema cuando se relacionan al conjunto, o a los demás elementos. En el análisis alométrico está la *alometría dinámica* que se refiere a las interrelaciones de medidas hechas sobre la forma o sobre los procesos de un sistema en diferentes épocas durante su historia. En este caso, la variable tiempo es muy importante. La *alometría estática* se refiere a las interrelaciones de medidas hechas sobre determinado momento de su historia, o considerando un determinado criterio de crecida o de frecuencia. En esta perspectiva, el factor temporal se torna irrelevante. En la geometría hidráulica, la medición de sus variables en el mismo lugar en diversas fases temporales, señala los cambios que ocurren en relación con las oscilaciones del caudal. La medición de las variables en diversas secciones transversales a lo largo del río, en la misma fase temporal, señala los cambios que ocurren en relación a la determinada frecuencia del gasto en las diferentes estaciones fluviométricas. El primer procedimiento es ejemplo de alometría dinámica, mientras que el segundo se refiere a la alometría estática.

El caso de alometría dinámica de determinado curso de agua ocurre por la gran variabilidad de magnitud de los flujos que pasan en determinada sección transversal de un río, en el transcurso del año, cuyo nivel de las aguas oscila desde los estiajes hasta las crecidas. Los cambios ocurridos en el caudal implican alteraciones y ajustes en diversas variables, principalmente en el ancho, profundidad, velocidad, rugosidad y concentración de sedimentos. Para las tres primeras, Leopold y Maddock (1953) señalan que bajo las condiciones más variadas, las modificaciones pueden ser descritas a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} l &= aQ^b \\ d &= cQ^f \\ v &= kQ^m \end{aligned}$$

donde Q = gasto o caudal; l = ancho; d = profundidad media; v = velocidad media. Las letras b, f, m, a, c, y k son constantes numéricas.

Considerando que el caudal se relaciona con esas variables, Leopold y Maddock muestran que las tres ecuaciones pueden ser relacionadas una a otra a través de la identidad:

$$Q = aQ^b \times cQ^f \times kQ^m$$

$$o Q = ackQ^{b+f+m}$$

De esas ecuaciones resulta que $b+f+m = 1,0$ y que $ack = 1,0$.

Cuando los valores de las variables son representados gráficamente en relación con los valores de los caudales, en papel logarítmico (figura 2), los valores de b , f y m representan la inclinación de la línea recta, y los pertenecientes a las constantes a , c y k expresan la intersección de la línea recta con el valor unitario del caudal, colocado en las ordenadas. Por ese motivo, los valores numéricos de las constantes aritméticas a , c y k no son muy significativas para la geometría hidráulica de los ríos en cuanto a los exponentes b , f y m son muy importantes. Para las constantes exponenciales, en determinado punto, los valores medios provenientes de modificaciones realizadas en veinte ríos localizados en las partes central y S.W. de los Estados Unidos, muestran que $b=0,26$; $f=0,40$ y $m=0,34$ (Leopold y Maddock, 1953).

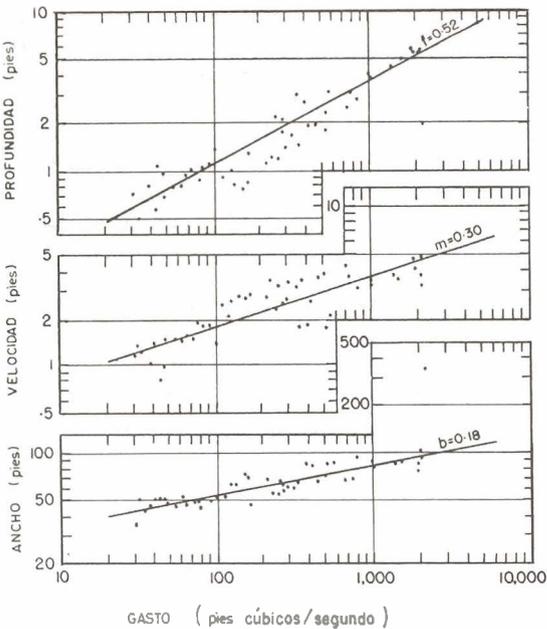


Figura 2: Los cambios ocurridos en el ancho, profundidad media y velocidad media en función del caudal fluvial, en determinada sección transversal, en el Seneca Creek, en Dwsnville, cuya área de drenaje es de 256 km² (según Leopold, Wolman y Miller, 1964).

TABLA 1

Valores sobre el área y media de las descargas diarias máximas para las hoyas de los ríos Paraíba, Tiete y Paranapanema (según los datos de los Boletines Fluviométricos No 19, 21 y 23, de la División de Aguas de DNAEE, del Ministerio de Minas y Energía)

a. Hoya del río Paraíba

Estación Fluviométrica	Area (km ²)	Caudal (m ³ /seg)
— Estrada de Cunha (Parattinga)	750	44
— Ponte des Mineiros (Idem)	2.320	134
— Guararema	5.440	334
— Guarantiguetá	10.900	474
— Queluz	12.950	639

b. Hoya del río Tiete

— Birtiba Mirim	330	38
— Ermelinda Matarazzo	601	100
— Tiete	9.070	374
— Barra Bonita	32.860	1.243
— Lussanvira	69.600	1.735

c. Hoya del río Paranapanema

— Campina Monte Alegre	5.520	236
— Porto Paranapanema	12.900	438
— Piraju	18.200	559
— Porto Ermidas	27.500	949
— Porto Jau	39.000	1.273

Esos valores significan que a medida que aumenta la cantidad de agua, el crecimiento proporcional del ancho conforme la raíz cuarta del gasto ($l = aQ^{0,26}$), de la profundidad media de acuerdo con un valor casi equivalente a la raíz cuadrada ($d = cQ^{0,40}$) y de la velocidad conforme la raíz cúbica del gasto ($v = kQ^{0,34}$). En las fases de elevación del nivel de las aguas, en las crecidas e inundaciones, hay aumento gradual del ancho y profundidad del canal y de la velocidad del agua.

La alometría estática consiste en verificar las modificaciones presentadas por las variables en dirección valle abajo, cuyo análisis se procesa por la comparación de las características observadas en diferentes secciones transversales. Para la realización de ese análisis comparativo se debe llevar en cuenta una precaución: la comparación entre las diversas secciones transversales sólo es válida si

considera los caudales con la misma frecuencia o el mismo intervalo de recurrencia en cada sección. Para la morfología fluvial, el caudal de mayor significado es el de crecida de márgenes plenas, que esculpe y hace la forma del canal.

En virtud del aumento del área de la hoya y del número de afluentes, es normal que los caudales aumenten valle abajo, principalmente en las regiones húmedas. A medida que se eleva el gasto de un río, el aumento es proporcional al ancho de la profundidad del canal y a la velocidad de las aguas. Ese aumento puede ser descrito a través de ecuaciones semejantes a las usadas para la sección transversal. Entretanto, para las variaciones longitudinales se alteran los valores de los exponentes b , f y m , se tornan diferentes de aquellos observados en un mismo punto, que pasan a ser $b=0,5$; $f=0,4$ y $m=0,1$. Estos datos demuestran que el ancho y la profundidad del canal aumentan rápidamente valle abajo como el aumento del gasto, siendo mayor el crecimiento del ancho.

Considerando que entre el caudal y el área de la hoya hidrográfica son aspectos de un conjunto que funciona de manera integrada, se puede presupuestar un crecimiento alométrico entre ellas. La tabla 1 reúne los datos sobre el área y las medidas de las descargas diarias máximas para las hoyas del Paraíba, Tiete y Paranapanema. Considerando el área como variable independiente, pues el caudal aumenta con la expansión del área de la hoya hidrográfica, aplicamos la fórmula del crecimiento alométrico y obtenemos las siguientes ecuaciones descriptivas:

hoya del Paraíba:

$$Y = 2,31 (x)^{0,92}$$

hoya del río Tiete:

$$Y = 5,25 (x)^{0,68}$$

hoya del río Paranapanema:

$$Y = 3,04 (x)^{0,87}$$

Los tres ríos presentan crecimiento alométrico negativo. El que más se aproxima a la isometría es la hoya del río Paraíba. Esto se explica por lo siguiente: La hoya del río Paraíba, en su conjunto, se encuentra localizada en un área climáticamente homogénea, lo cual le permite un funcionamiento hidrogeológico uniforme, posibilitando la mantención del canal constante en toda el área, que se expresa en la isometría. Los ríos Tiete y Paranapanema escurren del Planalto Cristalino hacia el río Paraná. Se originan en áreas húmedas y recorren en el sentido de relativa disminución del total

pluviométrico, de aumento del valor de las temperaturas y de una acentuación mayor del régimen estacional. Esas tendencias son factores que ayudan a comprender la alometría negativa de esas hoyas hidrográficas, expresadas por el aumento, relativamente menor del caudal en relación al tamaño del área.

En la geometría hidráulica como en la relación entre caudal y área, la noción de equilibrio se encuentra implícita en el ajuste y en el crecimiento proporcional. En virtud de las características de esos fenómenos, la noción de equilibrio asume una función casi irrelevante, prácticamente innecesaria. Siempre el equilibrio es automático entre las variables de la geometría hidráulica, así como el canal en función del área. No se puede concebir el *estado de equilibrio* en el ajustamiento entre el ancho, profundidad, velocidad y el caudal fluvial. Tampoco se puede concebir una hoya en la cual exista desequilibrio entre el caudal fluvial y el área de la hoya.

B) El equilibrio en el perfil longitudinal

En el estudio del perfil longitudinal de los cursos de agua, la noción de equilibrio fue expresada por Grove Karl Gilbert, en 1877, en los siguientes términos:

“Supongamos que un río, con caudal constante, está siendo abastecido con una cantidad de carga que sea capaz de transportar. Por mayor que sea la distancia, su velocidad permanece constante, el río no tallará ni depositará, pues conservará inmutable el equilibrio (“grado”) de su lecho. Pero si su progreso alcanza un lugar donde una inclinación menor del lecho provoque una disminución en la velocidad, su capacidad para el transporte se tornará menor que la carga (que está siendo transportada) y parte de ella será depositada. O si en su avance, alcanza un lugar donde una inclinación mayor del lecho genere un aumento en la velocidad, la capacidad de transporte será mayor que la carga y habrá corrosión del lecho. De esta manera, el río que tenga aumento de detritos igual a su capacidad tiende a levantar las inclinaciones más suaves de su lecho y tallará a las más empinadas. Su tendencia es la de establecer un perfil (“grado”) entero, uniforme.

Supongamos ahora que un río ha eliminado en sus nacientes todas las desigualdades del perfil de su lecho, porque pierde casi la totalidad de su carga. Su velocidad, a su vez, se tornará acelerada y la corrosión vertical se dará en todo el trecho. Puesto que el río posee la misma pendiente y, en consecuencia, la misma velocidad en todos los puntos, su capacidad para la corrosión, aun dependerá del carácter de su lecho y esas variaciones producirán desigualdades en el equilibrio. Por lo

tanto, habrá desigualdad tanto en la velocidad como en la capacidad de corrosión; en aquellos lugares donde las rocas resistentes producen declives, la capacidad de corrosión sea en todos los lugares proporcional a la resistencia, y no más allá, esto es, hasta que haya un equilibrio de acción" (GILBERT, 1877; 1970, p. 106).

Considerando que si la carga detrítica alcanza su máximo en las crecidas, el mayor poder de corrosión lo tendrá el río en esa época. Al tratar la relación entre la pendiente y el volumen de agua, señala que "cuando es alcanzado un equilibrio de acción, la inclinación del río principal será menor que la de los grandes ríos", llegando a concluir que, siendo iguales los demás factores, "la inclinación presenta una relación inversa a la cantidad de agua" (GILBERT, 1877, 1970, pp. 107-108). Como el caudal aumenta valle abajo, disminuye gradualmente el declive, en la misma dirección.

Williams Morris Davis usó el concepto de "equilibrio" de G.K. Gilbert y lo integra al "ciclo de erosión" en los paisajes geomorfológicos.

En "Base-level, grade and peneplain" de 1902, Davis expone el sentido de "noción" y "grado", de la siguiente manera:

"El balance entre erosión y depositación alcanzado por los ríos maduros, introduce uno de los más importantes problemas que se ha encontrado en la discusión del ciclo geográfico. El desenvolvimiento de esta condición balanceada es ocasionada por cambios en la capacidad de trabajo de un río y en la cantidad de trabajo que el río ejecuta. Las modificaciones continuarán hasta que las dos cantidades, inicialmente desiguales, alcancen la igualdad; entonces el río puede ser designado como equilibrado ("graduado"), o alcanzado la condición de equilibrio ("grado"). La idea de grado no es de simplicidad axiomática, como la idea de nivel de base; su significado puede ser elaborado gradualmente a medida de su propio desarrollo; además, un río equilibrado ("graduado") no mantiene un perfil constante, pero modifica sistemáticamente su perfil según el progreso del ciclo.

"El término "grado" se refiere a una condición de desarrollo de los ríos y no a una superficie. Significa una condición o balance en el caso del perfil y declive del río cuando las condiciones permiten alcanzarlo, y también "grado" significa "perfil" si varía en lugar y tiempo. En cuanto "grado" significa "Balance" siempre implica una igualdad entre dos cantidades. En suma, "grado", es una condición de balance esencial entre corrosión y depositación, usualmente alcanzada por los ríos en el estiaje maduro de su desenvolvimiento, cuando sus inclinaciones fueron debidamente entalladas o edificadas en relación al nivel de base de su

hoya" (DAVIS, 1902, pp. 86-87; 1909, pp. 389-390).

Respecto al concepto inicialmente propuesto por Gilbert, utilizado en el mismo sentido de los ingenieros para ajustar y equilibrar el lecho de las carreteras o vías férreas a través de cortes y terraplenes, Davis (1902, 1909, p. 392) considera que "un río ajusta su curso por un proceso de entallamiento y terraplén, hasta que un perfil uniforme está desarrollado, a lo largo del cual el transporte de su carga está mejor realizado".

Las condiciones de equilibrio son alcanzadas de manera progresiva a través del ciclo de erosión, extendiéndose poco a poco a partir de la desembocadura. Por otro lado, el perfil de equilibrio no permanece invariable, pero sufre cambios en el transcurso de las fases cíclicas. Una vez alcanzado el perfil de equilibrio, los ríos ejercen una función controladora sobre la evolución de las vertientes. Respecto de la evolución progresiva de las condiciones de equilibrio, Davis esclarece que:

"En una masa continental de textura homogénea, las condiciones de equilibrio alcanzan primero en la desembocadura y luego en las nacientes del río. Cuando los ríos principales están en equilibrio, significa que la madurez ha sido alcanzada. Cuando las pequeñas cabeceras y los ríos laterales también están estables, la maduración está muy avanzada; y cuando los canales intermitentes alcanzan igual estado, entonces se llega a la senilidad. En una masa continental de textura heterogénea, los ríos serán divididos en secciones por los trechos de rocas frágiles y resistentes que atraviesan; cada sección de roca frágil estará, en el debido tiempo, equilibrada en relación al trecho de roca resistente localizada valle abajo y el río tendrá alternancias entre trechos calmos y trechos con cascadas y rápidos. Las secciones menos resistentes entre las rocas duras serán lentamente talladas hasta alcanzar el equilibrio, en relación a las más resistentes; entonces, los rápidos disminuirán en número, y solamente aquellos localizados en rocas muy resistentes sobrevivirán. Aún éstos se desvanecerán con el tiempo, y las condiciones de equilibrio se extenderán desde la desembocadura hasta las nacientes. La inclinación del perfil de equilibrio varía inversamente con el volumen; en consecuencia, los ríos tendrán cabeceras empinadas por tiempo mucho más largo después que sus cursos bajos hayan sido tallados en relación al nivel de base; pero en la senilidad, hasta las cabeceras deberán tener inclinaciones suaves y velocidad moderada, libre de cualquier aspecto terrenal. El denominado "río normal", con cabeceras torrenciales y curso medio y bajo equilibrados, es por lo tanto, simplemente un río maduro. Un río joven puede normalmente tener cascadas hasta en su curso bajo, y un río senil debe estar libre de

cualquier movimiento rápido hasta cerca de sus nacientes”*

Después de la estructuración realizada por W.M. Davis el tema aparentemente quedó completo y debidamente esclarecido. Prácticamente, hasta 1940, casi nada fue publicado sobre el asunto, exceptuándose el trabajo de Henri Baulig (1925), que presentó la historia y expuso un análisis crítico sobre la noción de perfil de equilibrio, y los de Jones (1924) y Green (1934). En 1940 fueron publicados los trabajos de Jovanovic y Kesseli. Algunos años más tarde, surgió otra contribución que se tornó clásica en la literatura geomorfológica. Se trata del artículo de J.H. Mackin (1948), que procuró establecer, analizar, modificar y ampliar las nociones teóricas implícitas en este asunto. Considerando como indispensable el concepto de equilibrio fluvial, después de un análisis de diversas definiciones, referidas como:

“Un río equilibrado es aquel en el cual, durante un período de años, la pendiente está delicadamente ajustada para facilitar la descarga disponible y cuyas características prevalecen en cuanto a la velocidad requerida para el transporte de la carga, detrítica abastecida por la hoya de drenaje. El río equilibrado es un río en equilibrio; su característica básica está en el hecho de que cualquier cambio, en cualquiera de los factores controlantes, causará un cambio del equilibrio en cierta dirección que tenderá a absorber los efectos del cambio”.

Con la publicación de los trabajos de Mackin (1948) y de Baulig (1950) se puede afirmar que hubo un coronamiento de la fase relacionada con la teoría davisiana, sobre el tema del perfil longitudinal de los cursos de agua. En la mitad del siglo XX se habían desarrollado los siguientes conceptos principales:

a) La noción de equilibrio se aplica al trabajo fluvial, siendo la pendiente, el factor de cambio entre las fuerzas de tallamiento y de depositación, caracterizándose como el declive apto a transportar la carga que le aporta el valle superior. El río equilibrado no talla ni deposita, siendo mero agente transportador;

b) Todo y cualquier perfil longitudinal de cursos de agua, señala equilibrio provisorio, modificable en el transcurrir del tiempo, pues el perfil de equilibrio definitivo e ideal es noción límite y simple concepción mental;

c) El equilibrio se propaga de manera progresiva, a partir del nivel de base. Los sectores localizados valle abajo son los primeros en alcanzar el perfil de equilibrio, mientras que los próximos a las cabeceras serán los últimos. La erosión regresiva constituye el proceso generador de esa expansión remontante;

d) El perfil de equilibrio es alcanzado cuando se realiza el ajuste entre el caudal en dirección de valle abajo y la disminución gradual en la inclinación del perfil. La pendiente cada vez menor va a influir directamente en la velocidad de las aguas, considerada ésta como función del declive y la única que el río puede modificar directamente. Con la disminución de la inclinación y de la velocidad, se reduce la competencia y, en consecuencia, decrece la granulometría de los sedimentos componentes de la carga del lecho. De esta manera, a través de la depositación y del tallamiento, el perfil controla la velocidad necesaria para efectuar el transporte de la carga detrítica;

e) La granulometría de la carga detrítica aportada a los cursos de agua por la hoya de drenaje se va alterando con el transcurrir del ciclo de erosión. Por la suavización de las vertientes del perfil longitudinal controla la evolución de las vertientes de manera que la sedimentación fina se produce primero en el curso inferior y luego avanza hacia las nacientes;

f) El perfil longitudinal no requiere necesariamente ser una curva cóncava regular. Según la carga detrítica y el caudal, cada tributario puede ocasionar modificaciones y cambios en el perfil longitudinal del río principal. De esta manera, se evidencian condiciones para la existencia de segmentos diversos, con características diferentes, expresando el perfil de equilibrio;

g) Hay relación directa entre todos los puntos del perfil. Con excepción del nivel de base, considerado como de estabilidad por largo período de tiempo; todos los demás niveles son variables;

h) El perfil de equilibrio se establece en función de las grandes crecidas, cuando el río alcanza su mayor poder de abrasión en virtud de la elevada carga detrítica que contiene.

En 1957 los artículos de W.E.H. Culling presentarán una concepción nueva para el análisis de equilibrio en el perfil longitudinal, con base en la perspectiva sistémica. Para Culling, los ríos regularizados (“graded streams”) son entidades que funcionan como sistemas abiertos posibles de alcanzar el estado constante (“steady state”), se presupone que la masa de las partículas entrando en determinado trecho del canal, en cierta unidad de tiempo, es igual a la masa de las partículas que son retiradas. Con base en esta formulación, Culling desenvuelve consideraciones sobre los diversos estados, observando que:

“En los estados no estacionarios hay discrepancias entre las cantidades de materiales que entran y salen del segmento, esto ocurre porque parte de la carga es depositada, o porque es mayor la cantidad del material retirado del lecho del río. En ambos casos, el perfil del lecho del río se modificará en la

* DAVIS; 1899, 1909, pp. 258-259.

dirección que tenderá a compensar la discrepancia, cuya tendencia será cero con el correr del tiempo. Se debe notar que en caso de estado constante no desaparece la demanda de energía por parte de la carga del lecho, aunque la abrasión que ocurre internamente en el segmento disminuye el calibre de los detritos y ocasiona, por lo tanto, cambios en la demanda de energía por parte de las partículas de la carga del lecho. A fin de mantener el estado estacionario, en cualquier extensión del curso de agua, la energía disponible para soportar la carga del lecho disminuirá en dirección valle abajo lo que ocurre por el decrecimiento de la pendiente”.

“Con tiempo suficiente y ambiente razonablemente constante, el río regularizado tiende al estado estacionario, en el cual el declive es ajustado para entregar la velocidad suficiente para transportar fuera de cualquier segmento la cantidad de carga detrítica equivalente a la que fuera introducida en él desde la sección superior”*.

En esta misma categoría de ideas, las consideraciones de John T. Hack (1960; 1965) sobre la teoría del equilibrio dinámico son aplicables al equilibrio de los cursos de agua.

En el contexto de la teoría probabilística, los estudios de equilibrio en el perfil longitudinal se basan en la distribución de la energía a lo largo del río y en el concepto de entropía. Para Leopold y Langbein (1962) la distribución de energía, en los sistemas fluviales, tiende “para el estado más probable, a dirigir el curso a través de los movimientos de los procesos fluviales y en las relaciones espaciales entre las diferentes partes del sistema, en cualquier tiempo”. Todos los autores consideran que la evolución del paisaje implica no solamente la energía total disponible sino que su propia distribución puede ser descrita como *entropía*. Adaptando este contexto, Leopold y Langbein consideran que “la entropía de un sistema es función de la distribución de la energía total dentro del sistema. De esta manera, la entropía se relaciona con el orden o desorden; el grado de orden o desorden puede ser descrito en términos de probabilidad o improbabilidad del estado observado”. Bajo cierta perspectiva, la entropía puede ser considerada como medida de energía disponible, en un sistema, para realizar el trabajo. Cuanto mayor es la entropía, menor es la cantidad de energía disponible para el trabajo mecánico.

Considerando el canal fluvial como sistema abierto, posible de alcanzar el estado constante o estacionario, Leopold y Langbein (1962) expusieron dos generalizaciones sobre la distribución más probable de la energía, tomando en cuenta dos tendencias opuestas. A medida que una se torna mejor realizada, la otra se encuentra perjudicada.

La condición más probable, como supuesto, surge del ajuste entre esas dos tendencias opuestas (LANGBEIN y LEOPOLD, 1964), que son las siguientes:

a) en el sistema fluvial, a lo largo del canal, el potencial de energía gastado por unidad de área del lecho permanece constante. La distribución uniforme en el desgaste de energía es igual en todo el perfil longitudinal;

b) el potencial de energía gastado por unidad de tamaño del canal tiende a ser igual en toda la extensión del curso de agua.

En el artículo de 1964, Langbein y Leopold expusieron claramente el funcionamiento de esas dos tendencias. Considerando que la pendiente del canal (s) representa la caída del agua en determinada unidad de distancia en el curso fluvial, la tasa que describe esa disminución es representada por el producto de la velocidad (v) multiplicada por la pendiente (s). El peso del agua por unidad de tamaño es YwD (Y = peso específico del agua; w = ancho y D = profundidad media). Por lo tanto, la tasa de trabajo por unidad de tamaño es YwD o YQs , que es igual a la potencia de energía por unidad de tamaño del canal. La potencia de energía por unidad de ancho se torna, pues, igual a $\frac{YQs}{W}$. El primer postulado es que haya distribución

uniforme del gasto de energía en cada unidad del área del lecho del canal requerido en que $\frac{YQs}{W}$ está constante a lo largo del río.

La tasa de trabajo realizado es una unidad de tamaño igual a YQs . Si se considera el tamaño del río (dx), entonces la tasa total de trabajo realizado en el tamaño global, desde las cabeceras hasta la distancia final, es:

$$\int_0^1 Y Qs dx$$

Si para cada trecho del río el valor de Qs permanece constante, la suma de esos valores dará un valor mínimo en la sumatoria; *señalan que “el gasto uniforme del potencial de energía por unidad de tamaño del río, puede ser considerado como equivalente a la tasa mínima de trabajo en el sistema fluvial”. De esa manera, el valor mínimo de la sumatoria es indicativo del trabajo total mínimo en el canal fluvial.

Este estado es alcanzado cuando se satisfacen las condiciones de probabilidad máxima para la distribución de la energía. En el canal fluvial esta distribución ocurre cuando la tasa de aumento de la entropía, en cada unidad de tamaño del río, permanece constante.

* CULLING, 1957a, p. 261.

* LEOPOLD, WOLMAN y MILLER; 1964, p. 270).

Langbein y Leopold* observan que la tasa total de trabajo realizado por un río, con determinado caudal y determinada amplitud topográfica máxima, disminuye a medida que aumenta la concavidad del perfil. La concavidad máxima del conjunto del perfil ocurre cuando hay una tasa mínima de trabajo total, estado que se alcanza cuando el valor del exponente z se aproxima a $-1,0$ en la expresión $s = Q^z$.

Por otro lado, cuando se da una distribución más uniforme de la tasa de trabajo por unidad de área, esto es, cuando los valores Qs/w son constantes a lo largo del lecho de canal, la forma del perfil será suavemente cóncavo. Para ejemplificar esas alternativas, los autores citan el caso en que el largo del río aumenta proporcionalmente según la raíz cuadrada del caudal ($w = Q^{0,5}$). De este modo la expresión $\frac{Qs}{w}$ puede ser reescrita como $\frac{Qs}{Q^{0,5}}$,

entonces derivando $s = Q^{-0,5}$.

En la figura 3 se presentan los perfiles en que los valores del exponente z son $-0,50$ y $-1,0$. Todos los perfiles muestran la predominancia de una o de otra de las tendencias opuestas. Todavía en los ríos, la concavidad de los perfiles es resultado de un ajuste que se localiza entre esos valores extremos, porque los procesos de interacción entre las variables encaminan los resultados para los valores más probables, siendo expreso para el valor modal o tendencia central. En esta

perspectiva, en los ríos la relación entre la pendiente y el caudal se localiza en la faja intermedia entre los valores límite del exponente z , y a medida tal vez se aproxima a la expresión $s = Q^{-0,75}$.

En esta misma perspectiva analítica, considerando válidas las nociones de equilibrio dinámico y de la entropía, Yang (1971; 1973) presentó consideraciones sobre el problema del perfil longitudinal bajo el enfoque de la tasa de desgaste de energía, aplicando la noción de potencia unitaria de la corriente ("unit stream power"). Esta noción es definida como "la tasa temporal de desgaste de energía potencial por unidad de tiempo que determina la cantidad de agua que lleva para gastar una parcela de la velocidad media del flujo (V) multiplicada por el gradiente de energía (S) o pendiente. Esta inferencia se obtiene porque:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dy}{dx} = VS$$

donde y = la altitud sobre la superficie de referencia, que es igual a la energía potencial;

x = la distancia longitudinal del trecho;

t = el tiempo del flujo al recorrer la distancia longitudinal;

V = velocidad media del flujo;

S = gradiente de energía o pendiente.

Las evidencias empíricas encontradas en los trabajos de Leopold y Maddock (1953) y de Yang (1972), Yang y Stall (1973), por ejemplo, demuestran que la potencia unitaria de la corriente (VS) disminuye en la dirección del valle, conforme al aumento del área de drenaje y de caudal. Esta disminución constante de los valores de VS puede mostrar la existencia de la ley de la tasa temporal mínima de desgaste de energía (YANG, 1971).

Por ser derivación del concepto de entropía y de la noción de equilibrio dinámico, la ley de la tasa temporal mínima de desgaste de energía requiere que el río reduzca el valor de la potencia unitaria de la corriente en la dirección del valle. Esta disminución, por ejemplo, es acompañada por el decrecimiento en la concentración total de los sedimentos, lo que es una explicación aceptable. Otras observaciones demuestran sobradamente (LEOPOLD, 1953; LEOPOLD y MADDOCK, 1953) que la velocidad media aumenta levemente en dirección del valle. Para que los valores VS sean cada vez menores, es necesario un cambio más rápido en la pendiente lo que explica la forma cóncava del perfil longitudinal. Consideraciones semejantes pueden ser inferidas a propósito de las alteraciones que se realizan en la competencia fluvial.

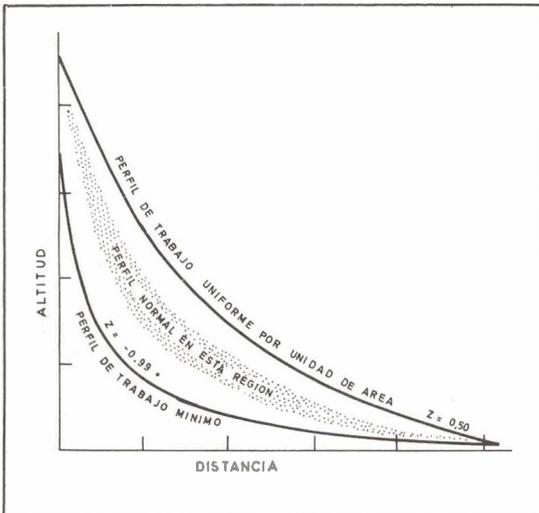


Figura 3: Perfiles fluviales esquemáticos, para determinada amplitud altimétrica, considerando las tendencias del desgaste uniforme de energía y de trabajo total mínimo (según Langbein y Leopold, 1964, p. 786).

* LANGBEIN y LEOPOLD, 1964, p. 785-786.

C) El problema de las oscilaciones del nivel de base y de las capturas fluviales

De acuerdo a las nociones de equilibrio ya descritas se pueden revisar dos aspectos importantes del conocimiento geomorfológico, de significado amplio para las interpretaciones paleogeográficas. Se trata de las repercusiones ocasionadas por las oscilaciones del nivel de base y del problema de las capturas fluviales por la regresión de las cabeceras.

La noción de nivel de base para el perfil longitudinal surge así como concepto de suma importancia. La primera formalización y definición de ese concepto fue presentada por John W. Powell, en 1875. Más tarde, W.M. Davis analizó y criticó los significados hasta entonces conocidos. Las contribuciones posteriores poco ayudarán para reformular o definir mejor los conceptos y las distinciones ya hechas por Davis. Un factor fundamental del punto controlador de la onda de erosión regresiva son los cambios en la posición del nivel de base, ya que ocasionan, en consecuencia, un reinicio de la erosión a través de la propagación de nuevas ondas erosivas o de fases de llenamiento, las que paulatinamente progresan a lo largo de los cursos de agua valle arriba, teniendo por resultado los perfiles multicíclicos.

Las oscilaciones del nivel de base general son normalmente consideradas como consecuencias de los movimientos eustáticos y tectónicos, que ocasionan a su vez las regresiones y las transgresiones marinas.

Este esquema interpretativo fue ampliamente utilizado en la literatura geomorfológica. Para citar un ejemplo, escogemos la exposición presentada por Valverde y Vergolino Días, al estudiar el trecho de la Zona Bragantina del Pará: "En la última glaciación del cuaternario antiguo (Würm), la línea de costa estaba más atrás que actualmente, ya que el nivel del mar se encontraba más bajo a causa de la retención de las aguas en las calotas polares. Los ríos trabajaron profundamente la plataforma, pues la erosión regresiva partía de su nivel de base más bajo y encontró, en casi todas partes, rocas enteras. En el inicio de la fase interglacial presente, el deshielo hizo subir nuevamente el nivel del mar, sumergiendo las desembocaduras de los ríos, que dieron origen a estuarios largos que son verdaderas "rías". Ese sumergimiento entre la Bahía de Marajó y las de San Marcos y San José, en el Marañón, ha originado una de las costas más recortadas de Brasil".* Continuando con la descripción de los ríos de la parte norte de la carretera Belem-Brasilia, los referidos autores

observan que "en la región de los altos cursos formadores del Guamá, la erosión regresiva no excavó profundamente los lechos de los ríos. El relieve se eleva suavemente, de cota del orden de 50 metros, puerto de Guamá, hasta poco más de 300 metros al sur de Paragominas**. Las redes hidrográficas afluentes del Guamá, como las del bajo y medio Acará, están formadas por "ríos de planicie y sujetos a la acción de los mares"***.

Considerando como válidas las suposiciones implicadas en ese contexto, se debe partir de la premisa de que con las regresiones marinas hay descenso del nivel del mar y desplazamiento del nivel de base. Ese cambio del nivel de base implica a su vez un alargamiento del perfil, por aumento de la diferencia altimétrica, y por crecimiento del área de la hoya de drenaje. En consecuencia, el aumento de la diferencia altimétrica, a partir del nivel de base desencadena una retoma de la erosión que proseguirá en dirección valle arriba. El cambio verificado en el nivel de base se sentirá hasta determinada distancia, dependiendo de la amplitud de la modificación y de las características del material rocoso encontrado en el transcurso del perfil longitudinal.

En el caso en que la erosión regresiva encuentra sectores de rocas resistentes, las rupturas de pendiente que se forman irán a retardar la migración de la onda erosiva y los trechos situados valle arriba no serán afectados por los cambios ocurridos en el nivel de base. En la hoya hidrográfica del Paraná, por ejemplo, hay rupturas de pendiente constituidas por las *Siete Caídas de Guaira*, en el río Paraná y por las cataratas del Iguazú, en el río Iguazú. Debido a la magnitud de dichas rupturas, estas sirven de defensa a las ondas erosivas remontantes originadas por las oscilaciones del nivel de base ocurridas en el Mar del Plata. De ese modo se puede considerar como perfectamente válida la inferencia de que los trechos del río Paraná y del río Iguazú, situados valle arriba de las citadas rupturas de pendiente, pueden ser considerados como exentos de las influencias relacionadas con las oscilaciones eustáticas ocurridas en el Cuaternario.

En el caso de los ríos amazónicos, como los descritos en la Zona Bragantina del Pará, la pendiente de los cursos de agua es muy débil y no hay rupturas significativas, siendo clasificados éstos como "ríos de planicie". En esas condiciones, los efectos ocasionados por las modificaciones del nivel de base podrán ser extendidos progresivamente. Si hay descenso del nivel del mar, la magnitud de las consecuencias irá a depender de las características de la plataforma continental. Si la platafor-

* VALVERDE y VERGOLINO DIAS, 1968, p. 7.

** VALVERDE y VERGOLINO DIAS, 1968, p. 80.

*** VALVERDE y VERGOLINO DIAS, 1968, p. 82.

ma es suave, el desplazamiento del nivel de base ocasionará un débil aumento de la amplitud altimétrica y un gran aumento en el tamaño del perfil, conservando inclinaciones reducidas. En esas condiciones, se puede suponer que no habrá tallamiento significativo ni erosión regresiva. Así se abren posibilidades para exponer la hipótesis de que los ríos se extendieron con las regresiones marinas, a través del territorio marino relativamente plano y de poca pendiente, conservando un "paisaje" de valles abiertos. La transgresión marina posterior que elevó el nivel del mar, sumergiendo de nuevo un área que antiguamente era marina, hizo que los ríos no tuvieran condiciones mecánicas ni tiempo para esculpir un modelado fluvial.

Con las transgresiones marinas, la gradual elevación del nivel del mar va retrocediendo a las desembocaduras de los cursos de agua y crea condiciones para la depositación detrítica. Esta acumulación detrítica construye una superficie aluvial que se extiende aguas arriba ocasionando una fase de llenado a lo largo del perfil longitudinal. Posteriormente, en otra fase de tallado, el río profundizará su curso y abandonará la planicie de inundación, originando las terrazas. De manera similar a los efectos ocasionados por la onda de erosión regresiva queda abierta la discusión sobre la repercusión espacial provocada por la fase de depositación.

Es muy difícil obtener información por medio de observaciones directas sobre las consecuencias provenientes de los cambios del nivel de base general. Pero las represas y reservorios pueden ser considerados como niveles de base locales y constituyen casos en que la experiencia humana reúne datos sobre las influencias del levantamiento del nivel de base sobre el perfil longitudinal.

Con el represamiento, el nivel de base sube sobre su posición anterior desde el lecho del canal al de la superficie del agua del reservorio en el lugar en que ésta intersecta al lecho original, valle arriba. La elevación máxima que corresponde a la amplitud, es el tope de la represa. Se observa que, más allá del desplazamiento altitudinal, hay desplazamiento horizontal de la posición del nivel de base.

Con el represamiento disminuye la turbulencia, porque la represa tiene condiciones favorables para la depositación de la carga detrítica del lecho del río y de la transportada en suspensión.

Las innumerables observaciones en represa de los Estados Unidos mostraron que la sedimentación fluvial, como consecuencia de la elevación del nivel de base, se produce en trechos próximos a la represa, hasta donde hay influencias del nivel del agua del reservorio. No hay ninguna evidencia que sugiera que el levantamiento del nivel de base afec-

tará la depositación en todo el sistema fluvial*. Pero en el ámbito de la represa, sólo ocurrirá si existe una intensa sedimentación.

La importancia consignada al concepto de nivel de base y a sus implicaciones en el perfil longitudinal, orientan a la interpretación paleogeográfica de numerosas áreas. Entretanto, todas esas explicaciones parten de supuestos basados en la distribución espacial de las terrazas, de las rupturas de pendiente y en la acción regresiva del proceso erosivo. Se puede afirmar que toda la literatura geomorfológica, a propósito de las repercusiones del nivel de base en el perfil longitudinal, descansa en una perspectiva falsa, pues no considera el comportamiento de la hoya de drenaje ni las características inherentes al canal fluvial. La red de drenaje está estructurada en todos sus cauces, para canalizar el flujo de agua y de detritos que le aporta la hoya. En el canal fluvial, el ajuste entre las variables de la geometría hidráulica es rápida, respondiendo prontamente a las modificaciones en el caudal y a la cantidad de material detrítico. La forma presentada por el perfil longitudinal es respuesta a este ajuste. De esta manera, en cada trecho fluvial, las características del canal están en función del abastecimiento y de las condiciones locales. Realizado el ajuste, si no hay alteraciones en las condiciones ambientales abastecedoras de material y de energía, no habrá modificaciones en el comportamiento y en la forma del curso de agua.

Las alteraciones del nivel de base afectan el trecho que es ampliado o disminuido en el perfil longitudinal. Si hay alargamiento, hay aumento del área, del caudal y de nuevos tributarios. Ocurrirá lo inverso si hay disminución. Si las condiciones ambientales permanecen constantes, no habrá modificación en las características de la hoya de drenaje situada valle arriba, lo que hace innecesario el cambio. Evidentemente, un efecto de retroalimentación transmitido al sistema fluvial, es rápidamente absorbido por la red. Cuando hay levantamiento del nivel de base, cualquiera que sea la magnitud de su modificación, la hoya de drenaje prácticamente no tiene reajuste.

La importancia concedida a la onda erosiva se basa en el supuesto de que la pendiente es el factor controlante, ocasionando mayor velocidad de flujo y, por lo tanto, mayor intensidad erosiva. En este contexto, la ampliación altimétrica provocada por el cambio del nivel de base debe producir tallamiento erosivo que, conforme a la teoría davisiana, se expandirá progresivamente valle arriba. Aún más, si se consideran los estudios relacionados con la geometría hidráulica, la variable dependiente es la inclinación del perfil longitudinal, ya que es la

* LEOPOLD, WOLMAN y MILLER, 1964, p. 261.

respuesta al ajuste del conjunto de las variables implicadas en el sistema canal fluvial. Habiendo dislocamiento del nivel de base, el curso de agua se extiende a lo largo de la plataforma continental. En este nuevo trecho, el río debe esculpir su canal en una superficie recubierta por sedimentos. El descenso del nivel del mar se hace lentamente, y el trecho inferior del río está continuamente afectado por las mareas. ¿Qué tipo de canal representará la mejor forma de ajuste entre las variables de la geometría hidráulica? ¿El canal será ancho, con débil profundidad, bajo valor del radio hidráulico y bajo valor de la fuerza de cizallamiento? ¿O el canal será estrecho y profundo? La primera alternativa parece ser la más viable. Más allá de esas dos opciones, el ajuste entre las variables de la geometría hidráulica puede proporcionar numerosas alternativas como respuestas a los cambios del nivel de base. El entallamiento fluvial surge apenas como una posibilidad. Al tratar los cambios del nivel de base y sus implicaciones en el perfil longitudinal, se debe considerar las relaciones probabilísticas o estocásticas.

El caso de las capturas fluviales es otro problema interesante. Entre los diversos procesos mencionados, se destaca el de regresión de las cabeceras. Este fenómeno ocurre cuando los ríos adyacentes están localizados en altitudes diferentes y sus tributarios del curso inferior horadan rápidamente valles de rocas frágiles de sus cabeceras. A través del retroceso de las cabeceras, el río se expande, atraviesa la divisoria de aguas y captura el curso localizado en el nivel más alto (figura 4). Otro factor que explica la ocurrencia de este tipo de captura es la diferencia de inclinación entre los dos cursos concurrentes, siendo que el de mayor pendiente es el más beneficiado.

En la literatura geomorfológica hay numerosos ejemplos de capturas fluviales, pero todos los estudios están basados en los supuestos de la teoría davisiana. En el contexto de la teoría sobre equilibrio dinámico, se considera a los ríos como sistemas abiertos en función del flujo de materia y energía, la reformulación de las capturas fluviales debe contemplar como punto fundamental lo que se refiere a la erosión regresiva y el retroceso de las cabeceras.

El río es el canal de escurrimiento de los aportes que recibe. La potencia erosiva está compuesta por agua y detritos, y no por la inclinación del canal. Para que el río exista y funcione debe haber siempre un área que le garantice el abastecimiento. La misma condición es válida para el surgimiento de las nacientes y cabeceras fluviales, que aparecen en las vertientes a determinada distancia de la línea interfluvial. En la topografía, la línea divisoria de las aguas se localiza en el interfluvio, pero se puede también considerar la

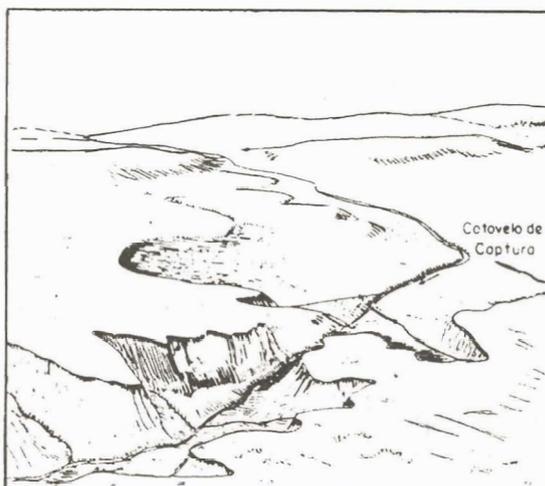
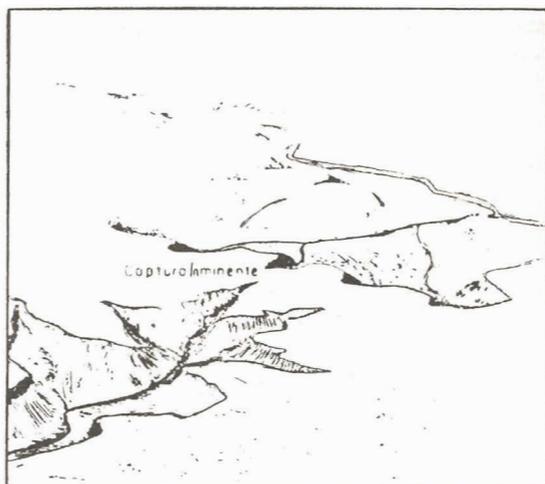


Figura 4: Representación clásica de captura fluvial por la erosión regresiva de las cabeceras (según Von Engels, 1942).

divisoria de aguas de los acuíferos donde no siempre hay yuxtaposición perfecta entre las dos líneas divisorias. Aún más considerando una u otra, la línea divisoria de aguas representa puntos donde el abastecimiento es cero para las nacientes o cabeceras limítrofes. A partir de esa línea, las aguas y los detritos escurren hacia una u otra de las cabeceras, y el volumen y cantidad de abastecimiento aumentan a medida que crece la distancia.

Por estas proposiciones, si hay erosión regresiva, la naciente no puede retroceder indefinidamente hacia el interfluvio, pero sí hasta la distancia que le permita continuar funcionando. De la misma manera, a medida que se aproxima al interfluvio, disminuye el área abastecedora, la cantidad de agua de detritos y el poder erosivo. Las lluvias y la acción eólica, u otros procesos morfogenéticos desgastan la topografía y ocasionan rebajamiento altimétrico del interfluvio, pero siempre estará presente la línea divisoria de aguas entre dos

nacientes, localizadas en vertientes opuestas. Lo mismo ocurre con el rebajamiento que produce dislocamiento horizontal de la línea divisoria. Así se verifica que por el retroceso de las cabeceras se torna impracticable el que un dren conquiste a otro, cualquiera sea la diferencia altimétrica entre las hoyas concurrentes. Otro argumento a considerar se refiere a la forma del perfil longitudinal de los cursos de agua, cuyas inclinaciones aumentan gradualmente valle arriba. Los ríos concurrentes, en vertientes opuestas, presentan sus mayores inclinaciones en las cabeceras, las que tenderán a mantenerse. La línea divisoria de aguas viene a representar el equilibrio entre las fuerzas y la energía distribuida para las hoyas limitantes, en la cual no hay predominancia de una sobre la otra.

El tema sobre las capturas fluviales puede mostrar la diferencia interpretativa para los hechos geomorfológicos entre la teoría davisiana y la teoría del equilibrio dinámico, señalando así la ruptura epistemológica que existe entre ellas. Hay una profunda sustitución conceptual por quien utiliza la teoría del equilibrio dinámico y del tratamiento sistémico, de modo que toda la interpretación y explicación ofrecida por la literatura geomorfológica elaborada bajo los supuestos davisianos, a propósito de las capturas fluviales por el retroceso de las cabeceras, deja de tener significancia.

II. LA NOCIÓN DE EQUILIBRIO APLICADA A LA RED DE DRENAJE

La noción de equilibrio puede servir de instrumento útil en el análisis de las redes de drenaje. Para su aplicación es necesario establecer procedimientos operacionales adecuados, que sean verificables y patrones referenciales que permitan interpretaciones válidas. Algunos procedimientos ya existen y se ejemplificarán con la verificación del estado estacionario de redes de drenaje utilizando el modelo hortoniano y la comprobación del equilibrio de determinada categoría de órdenes espaciales según en número de casos de ocurrencia.

A) La explicación del modelo de Horton

El estudio de caso se refiere a las hoyas hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas, en el estado de Minas Gerais. Utilizando el criterio de ordenación propuesto por A. N. Strahler, en 1952, se puede establecer que determinada hoya hidrográfica presenta segmentos de:

— primer orden— son los pequeños canales de escurrimientos que sin recibir tributarios, se extienden desde una naciente hasta la primera confluencia, valle abajo;

—segundo orden— surgen de la confluencia de dos canales de primer orden y sólo reciben afluentes de primer orden;

—tercer orden— surgen de la confluencia de dos canales de segundo orden, pudiendo recibir afluentes de segundo y de primer orden;

—cuarto orden— surgen de la confluencia de dos canales de tercer orden, pudiendo recibir afluentes de tercer, segundo y primer orden;

—y así sucesivamente.

R. N. Horton, en 1945, en su tratado "Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology", propone que la estructuración de las redes de drenaje estaría plenamente desarrollada si se asemejara con los patrones previstos por las siguientes leyes de la composición del drenaje:

—ley del número de canales: —en una hoya determinada, la suma de los totales de canales de cada orden forma una serie geométrica inversa, cuyo primer término es la unidad y la razón es la relación de bifurcación;

—ley del tamaño de los canales: —en una hoya determinada, las dimensiones medias de los canales de cada orden se ordenan siguiendo una serie geométrica directa, cuyo primer término es la dimensión media de los canales de primer orden y la razón es la relación entre las dimensiones medias;

—ley de las áreas: —en una hoya hidrográfica determinada, el área media de las hoyas de drenaje de los canales de cada orden se ordenan aproximadamente siguiendo una serie geométrica directa, en la cual el primer término es el área media de las hoyas de primer orden;

—ley de la pendiente: —en una determinada hoya hay relación definida entre la pendiente media de los segmentos de cierto orden y la de los segmentos del orden inmediatamente superior que puede ser expresada por una serie geométrica inversa, en la cual el primer término es la pendiente media de los segmentos de primer orden y la razón es la relación entre los gradientes de los segmentos.

En cada segmento de determinada hoya hidrográfica se debe, por tanto, obtener los datos sobre la dimensión, área y pendiente del canal y calcular la dimensión media, el área media y la pendiente media de cada orden. Los valores obtenidos deben ser representados en gráficos dibujados en papel semilogarítmico, con líneas que unan los puntos (figuras 5, 6 y 7).

Dividiendo el valor medio de determinado orden por el valor medio del orden inmediatamente superior (o por el valor medio del orden inmediatamente inferior, como en el caso de la dimensión media de las áreas) se obtiene: la relación entre los números de segmentos, la rela-

GEOMORFOLOGIA FLUVIAL

ción entre las dimensiones medias, la relación entre las áreas medias y la relación entre las pendientes medias (tabla 2). Sobre estos valores podemos calcular la *media geométrica*, cuyo valor servirá de base para trazar la recta ideal de la serie geométrica prevista por las leyes de la composición del drenaje. La media geométrica se calcula de la siguiente manera:

$$\text{media geométrica } (R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \dots \cdot R_{u-1})^{1/u-1}$$

en la cual R= relación entre los órdenes; u= orden de la hoya. Para el ejemplo del camino Pouso Alegre, en lo referente a la relación de bifurcación, la media geométrica es=

$$\begin{aligned} &= (4,3 \times 4,1 \times 3,0 \times 3,0)^{1/4} \\ &= (158,67)^{0,25} \\ &= (\log. \text{ de } 158,67) 0,25 \\ &= (2,200 \times 0,25) = 0,550 \\ &= (3,35 \text{ valor del antilogaritmo de } 0,550). \end{aligned}$$

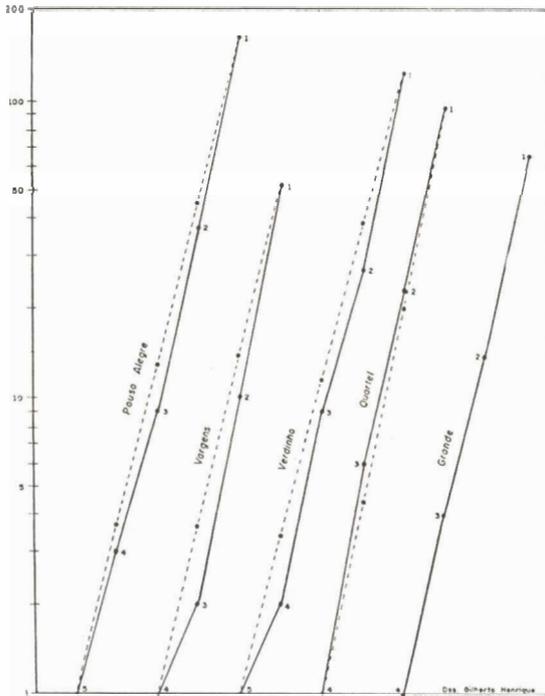


Figura 5: Representación de la ley del número de canales para hoya hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas (la línea interrumpida indica la recta ideal; en cuanto a la línea continua indica la secuencia observada).

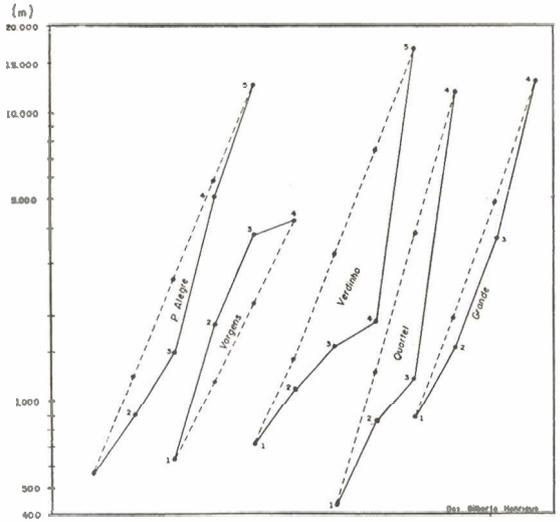


Figura 6: Representación de la ley del tamaño medio de las hoya hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas.

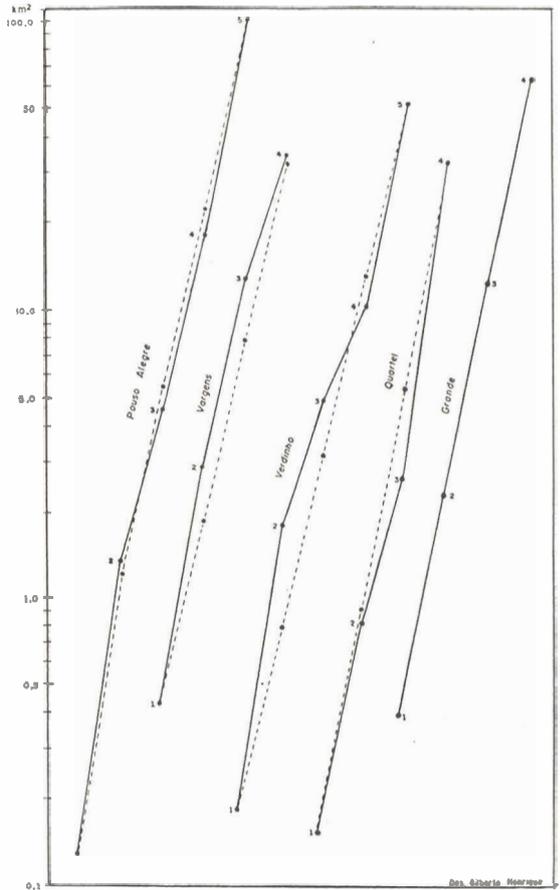


Figura 7: Representación de la ley de las áreas medias para hoya hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas.

TABLA 2

Valores relacionados con el número de canales (N), tamaño medio (\bar{L}), áreas medias (\bar{A}), inclinaciones medias (\bar{G}), relación de bifurcación (Rb), relación de tamaño medio (RL), relación de las áreas (R \bar{A}), relación de las inclinaciones medias (RG) y de las medias geométricas (MG) de las respectivas relaciones, de las hoyas hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas (Minas Gerais).

	Pouso Alegre		Vargens		Verdinho		Quartel		Grande	
Orden	N	Rb	N	Rb	N	Rb	N	Rb	N	Rb
1a	162		51		131		95		66	
2a	37	4,3	10	5,1	27	4,8	23	4,1	14	4,7
3a	9	4,1	2	5,0	9	3,0	6	3,8	4	3,5
4a	3	3,0	1	2,0	2	4,5	1	6,0	1	4,0
5a	1	3,0			1	2,0				
MG		3,55		3,66		3,38		4,47		3,99
Orden	\bar{L}	R \bar{L}	\bar{L}	R \bar{L}	\bar{L}	R \bar{L}	\bar{L}	R \bar{L}	\bar{L}	R \bar{L}
1a	565		632		608		428		740	
2a	902	1,59	1875	2,95	1082	1,77	820	1,91	1565	2,11
3a	1492	1,65	3800	2,02	1547	1,43	1205	1,46	3635	2,32
4a	4983	3,34	4200	1,10	1900	1,22	11800	9,79	12810	3,52
5a	12300	2,47			16750	8,81				
MG		2,16		1,86		2,28		2,98		2,56
Orden	\bar{A}	R \bar{A}	\bar{A}	R \bar{A}	\bar{A}	R \bar{A}	\bar{A}	R \bar{A}	\bar{A}	R \bar{A}
1a	0,29		0,44		0,19		0,16		0,41	
2a	1,37	4,72	2,92	6,63	1,83	9,63	0,86	5,37	2,39	5,83
3a	4,58	3,34	12,90	4,41	4,95	2,70	2,73	3,17	13,11	5,48
4a	18,31	4,00	35,14	2,72	10,70	2,18	34,20	12,52	68,87	5,25
5a	103,70	5,66			54,30	5,07				
MG		4,35		4,24		4,12		5,87		5,43
Orden	\bar{G}	R \bar{G}	\bar{G}	R \bar{G}	\bar{G}	R \bar{G}	\bar{G}	R \bar{G}	\bar{G}	R \bar{G}
1a	5°06'		3°40'		5°15'		9°30'		7°13'	
2a	3°25'	1,50	1°40'	2,21	3°07'	1,67	6°10'	1,53	4°43'	1,53
3a	2°14'	1,52	0°45'	2,20	0°45'	4,18	3°45'	1,64	4°14'	1,10
4a	0°40'	3,38	0°05'	9,00	0°22'	2,00	1°45'	2,14	0°30'	8,50
5a	0°40'	1,00			0°20'	1,12				
MG		1,67		3,48		1,99		1,74		2,41

Cuando hay similitud entre la línea trazada entre los valores reales y la línea correspondiente a la ideal, trazada sobre el valor de la media geométrica, se puede inferir la existencia de un desarrollo equilibrado en la red hidrográfica. Cuando hay desvíos significativos se puede suponer la presencia de desequilibrios ocasionados por la interferencia de algún factor. Cuanto más distante es la amplitud, más acentuado es el desajuste. Para facilitar el análisis de los desequilibrios, se propone lo siguiente: el desvío será significativo cuando su valor sea superior a la unidad, calculado con la siguiente fórmula:

$$\frac{(\text{valor real}-\text{valor ideal})^2}{\text{valor ideal}}$$

En las hoyas hidrográficas localizadas en el Planalto de Poços de Caldas, representadas en las figuras 5, 6 y 7 se nota que:

a) La hoya de Camino Grande presenta rectas idénticas (entre la ideal y la de valores reales) para el número de canales y área media. En lo referente al tamaño medio, los desvíos son insignificantes. La hoya puede ser considerada en estado estacionario;

b) La hoya del Pouso Alegre presenta ligeros desvíos ligados al número de canales y al área media; en lo referente al tamaño medio, el desvío más significativo es la posición del segmento del tercer orden. Los datos de esta hoya pueden ser interpretados como que ha alcanzado el estado estacionario, o está próximo a él;

c) Las hoyas del camino de las Vargens (Ilanuras), del río Verdinho y del camino de Quartel presentan desvíos significativos, en los tres gráficos. Se puede explicar como indicadores de posibles desequilibrios en la estructuración de la red hidrográfica.

La interpretación se ha realizado conforme a los supuestos del modelo hortoniano. Todavía no se debe olvidar que la proposición de un modelo debe estar siempre sometida a análisis crítico: ¿sus premisas son válidas? ¿Sus leyes son relevantes? ¿Todas sus leyes poseen la misma sensibilidad para señalar el ajuste en el desenvolvimiento de la red y sus desvíos? Propuesto en 1945, el modelo de Horton significó un instrumento esencial para el análisis morfométrico de las hoyas hidrográficas. En la última década, con el desarrollo de los conceptos de análisis topológico de las redes fluviales, se hicieron modificaciones para algunas de sus leyes. Un panorama de esta problemática fue delineado por J.S. Smart (1972).

B) El equilibrio en el contexto espacial

La predominancia de determinado aspecto en la organización espacial indica que el área se presenta relativamente homogénea o uniforme. La ocurrencia de formas semejantes implica el predominio de cierta característica, que le da un "aire familiar" que se observa en los paisajes. La topografía del territorio brasileño, en la Depresión Periférica Paulista, es un ejemplo. Presenta un relieve de colinas conocido como "mar de morros"; si se analiza la pendiente de esas áreas (o cualquier otra variable geométrica), se verá que los valores se agrupan en torno a clases distintas. La tendencia para el agrupamiento en torno de valores característicos, presentado por las variables geométricas (pendiente, tamaño, espaciamento interfluvial, etc.), es síntoma de *equilibrio* en la organización espacial de la referida área. De esta manera, el equilibrio en un paisaje se manifiesta como tendencia para el predominio de las condiciones medias de las unidades morfológicas.

Otro procedimiento se relaciona con el análisis de la frecuencia de casos pertenecientes a determinada clase de órdenes espaciales. El análisis topológico de redes fluviales nos enseña que los canales pueden presentar innumerables combinaciones en lo referente a la posición de los confluentes. Considerando la cantidad de nacientes (canales de primer orden, que indica la *magnitud* de la red hidrográfica), los tipos de canales topológicamente distintos, aumentan rápidamente. Por ejemplo:

<i>magnitud</i>	<i>órdenes posibles</i>
1	1
2	1
3	2
4	5
5	14
6	42
7	132
8	429
9	1430
10	4862

En el caso de las redes compuestas por cinco nacientes (magnitud 5), con esa cantidad de canales de primer orden, se pueden formar 14 órdenes distintos (figura 8). Cada orden es *independiente* de los demás; esto es, cada uno posee la misma probabilidad de ocurrir. Como la probabilidad de cada evento es igual, tenemos que:

$$P_1 = P_2 = P_3 = \dots P_{14}$$

y que la suma de:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots P_{14} = 1,0$$

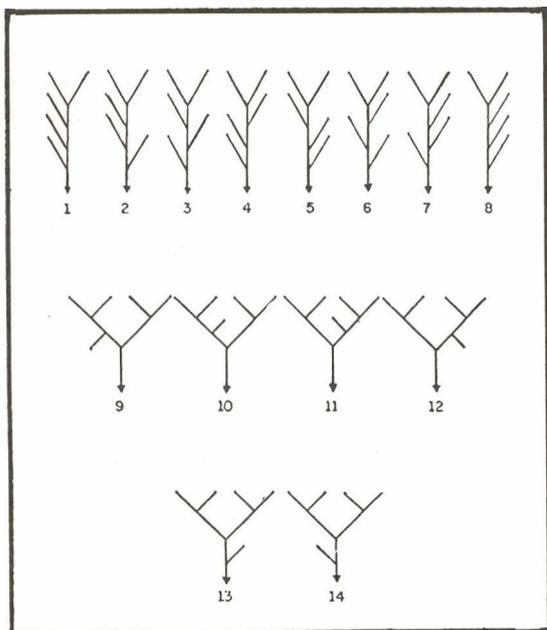


Figura 8: La configuración de los 14 órdenes distintos de redes de canales de magnitud 5.

Aplicando la fórmula de la entropía en el ejemplo de las redes de canales de magnitud 5, se ve que:

$$\begin{aligned}
 \text{evento 1} &= 0,0714 (-1,146) = -0.0818 \\
 \text{evento 2} &= 0,0714 (-1,146) = -0.0818 \\
 \text{evento 3} &= 0,0714 (-1,146) = -0.0818 \\
 &\dots\dots\dots \\
 \text{evento 14} &= 0,0714 (-1,146) = \underline{-0.0818} \\
 &\qquad\qquad\qquad -1,146
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{entonces } \phi &= -(-1,146) \\
 \phi &= 1,146
 \end{aligned}$$

Entretanto, si se observa que solamente ocurre un tipo de orden y que no hay posibilidad para cualquier otra combinación, entonces:

$$\begin{aligned}
 \text{evento 1} &= 1,0 (0,0) = 0,0 \\
 \text{evento 2} &= 0,0 \\
 \text{evento 3} &= 0,0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 \text{evento 14} &= 0,0 \qquad\qquad = 0,0 \\
 &\qquad\qquad\qquad \underline{\phi = 0,0}
 \end{aligned}$$

Como estudio de caso, se recogió información sobre la frecuencia de las redes de canales de magnitud 5 en hoya hidrográficas localizadas en la región N.W. del Estado de San Paulo. En esta área, la sedimentación de la "Formación Bauru" puede ser considerada como la última gran fase deposicional de la hoya sedimentaria del Paraná, representando su tipo una generalizada superficie de agradación. Sobre esa superficie se establecen las líneas de drenaje, escurriendo las aguas precipitadas en la región. Como hay homogeneidad litológica y climática, los cursos de aguas siguen la inclinación topográfica y las redes se organizan en hoyas locales. Considerando la inexistencia de perturbaciones externas y la permanencia homogénea de las influencias ambientales, se puede suponer que hubo tiempo suficiente (desde el Cretáceo hasta el presente) para que las hoyas hidrográficas se desarrollaran y alcanzaran el estado estacionario. Bajo estas contingencias, la región debe alcanzar el equilibrio, y en nuestro ejemplo, los diversos tipos de orden de redes de canales pueden ocurrir con frecuencia semejante. El valor de la entropía debe demostrar distribución relativamente equitativa. Tomando como base la secuencia de los órdenes señalados en la figura 8 y aplicando la fórmula de la entropía, se encuentra lo siguiente:

Luego se puede afirmar que la probabilidad de ocurrencia de cada orden es igual a 0,0714.

En sistemas espaciales de esta naturaleza, la entropía puede ser considerada como sinónimo de probabilidad, aumentando en el sentido en que la probabilidad de todos los eventos u órdenes del sistema pueden ser igualmente encontrados en el tiempo o en el espacio. En este concepto, la entropía (ϕ) es definida como la suma de los productos de la probabilidad de cada evento multiplicada por su respectivo logaritmo. La expresión utilizada es:

$$\phi = - \sum P_i \log P_i$$

en el cual P_i = probabilidad de determinado evento u orden y $\log P_i$ = el valor del logaritmo del referido evento u orden.

La entropía es máxima cuando las probabilidades de los estados individuales son iguales, esto es, $P_1 = P_2 = P_3 \dots P_n$, y es mínima cuando existe la probabilidad que solamente un orden acontezca. En esta alternativa, a $P_1 = 1,0$ y los demás son cero. Por esta razón, la entropía puede variar desde el valor cero, cuando hay completa certeza que determinado evento siempre acontecerá hasta cuando hay total incertidumbre sobre el cual el evento que ocurrirá, pues todos los órdenes posibles tienen la misma chance.

GEOMORFOLOGIA FLUVIAL

Tipo de orden	Frecuencia observada	Probabilidad	Logaritmo	Producto (P x log)
1	7	0,10	-1,00	-0,10
2	7	0,10	-1,00	-0,10
3	5	0,07	-1,15	-0,08
4	4	0,06	-1,22	-0,07
5	3	0,04	-1,40	-0,06
6	5	0,07	-1,15	-0,08
7	6	0,09	-1,05	-0,09
8	2	0,03	-1,52	-0,05
9	5	0,07	-1,15	-0,08
10	2	0,03	-1,52	-0,05
11	5	0,07	-1,15	-0,08
12	5	0,07	-1,15	-0,08
13	4	0,06	-1,22	-0,07
14	10	0,14	-0,85	-0,12
			suma=	-1,11

El valor de la entropía (1,11) indica que la distribución de las redes de canales ha alcanzado el equilibrio estacionario. La noción de entropía, como indicadora de la estabilidad en el contexto espacial, se torna, junto con varias otras técnicas, un instrumento a ser utilizado para analizar la existencia de equilibrio en los fenómenos de interés geográfico.

BIBLIOGRAFIA

- BAULIG, HENRI (1925). La notion de profil d'équilibre: histoire et critique *Compte Rendu du Congrès Int. de Géographie*, Le Caire, tome III, p. 51-63 (reimpreso, com notas complementares, in "Essais de Géomorphologie", 1950, p. 43-77).
- BAULIG, HENRI. *Essais de Géomorphologie*. Publications de la Faculté des Lettres de l'Université de Strasbourg, Nº 114, 1950, 160 pp.
- CARLSTON, CHARLES W. Downstream variations in the hydraulic geometry of streams: special emphasis on mean velocity. *American Journal of Science*, 267 (4): 499-509, 1969.
- CHORLEY, RICHARD J. The geomorphology and the general systems theory. *U.S. Geol. Survey Prof. Paper*, 500-B, 1962, 10 p.
- CHORLEY, RICHARD, J. A geomorfologia e a teoria dos sistemas gerais. *Notícia Geomorfológica*, 11 (21): 3-22, Campinas, 1971.
- CHORLEY, RICHARD J. e BECKINSALE, R. P. Base level. in "Encyclopedia of Geomorphology" (Fairbridge, R. W., editor). Reinhold Book Co., New York, 1968, pp. 58-60.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. As teorias geomorfológicas. *Notícia Geomorfológica*, 13 (25): 3-42, Campinas, 1973.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. Geometria hidráulica. *Notícia Geomorfológica*, 16 (32): 3-37, 1976.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. Considerações sobre o nível de base, rupturas de declive, capturas fluviais e morfogênese do perfil longitudinal. *Geografia*, 2 (4): 81-102, Rio Claro, 1977.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. A evolução das idéias a propósito do perfil longitudinal de cursos de água. *Anais da Associação dos Geógrafos Brasileiros*, vol. 19, 1978, pp. 11-52.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. *Análise de sistemas em Geografia*. HUCITEC e EDUSP, 1979, 106 pp., São Paulo.
- CHRISTOFOLETTI, ANTONIO. *Geomorfologia*. Editora Edgard Blucher Ltda., São Paulo, 1980, 188 pp. 2ª edição.
- CULLING, W. E. H. Multicyclic stream profiles and the equilibrium theory of grade. *Journal of Geology*, 65 (2): 259-274, 1957a.
- CULLING, W. E. H. Equilibrium states in multicyclic streams and the analysis of river terrace profiles. *Journal of Geology*, 65 (5): 451-467, 1957b.
- DAVIS, WILLIAM M., 1894. Physical Geography as an University study. *Journal of Geology*, 2: 66-100 (reimpreso in "Geographical Essays", 1909, p. 165-192).
- DAVIS, WILLIAM M. The Seine, the Meuse and the Moselle. *National Geographic Magazine*, 7: 189-202; 228-238, 1896.
- DAVIS, WILLIAM M. The geographical cycle. *The Geographical Journal*, XIV (4): 481-504, 1899.
- DAVIS, WILLIAM M. Base-level, grande and peneplain. *Journal of Geology*, 10: 77-111 (reimpreso in "Geographical Essays", 1909, pp. 381-412). 1902.
- DAVIS, WILLIAM M. *Geographical Essays*. Dover Publications, New York, 1909, 777 pp.
- GILBERT, GROVE K. *Report on the geology of the Henry Mountains*. U.S. Geological Survey Professional Paper, Washington, 1877.

- GILBERT, GROVE K. Land sculpture in the Henry Mountains, in "Rivers and river terraces" (Dufy, G. H., editor). MacMillan and Co., Londres, 1970, pp. 95-116.
- GREEN, J. F. N. The river Mole, its physiography and superficial deposits. *Proc. Geol. Association*, volume 45, Londres, 1934.
- HACK, JOHN T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland. *U.S. Geol. Survey Prof. Paper* (294-B), 1957, pp. 45-97.
- HACK, JOHN T. Interpretation of erosional topography in humid temperate regions. *American Journal of Science*, Bradley Volume, 258-A: 80-97, 1960.
- HACK, JOHN T. Geomorphology of the Shenandoah Valley, Virginia and West Virginia, and origin of the residual deposits. *U.S. Geol. Survey Prof. Paper*, No 484, 1965.
- HACK, JOHN T. Interpretação da topografia erodida nas regiões temperadas úmidas. *Notícia Geomorfológica*, 12 (24): 3-37, 1972.
- HORTON, ROBERT E. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrographical approach to quantitative morphology. *Geol. Soc. America Bulletin*, 56 (3): 275-370, 1945.
- HOWARD, ALAN D. Equilíbrio e dinâmica dos sistemas geomorfológicos. *Notícia Geomorfológica*, 13 (26): 3-20, 1973.
- JOHNSON, DOUGLAS W. Baselevel. *Journal of Geology*, 37: 775-782, 1929.
- JONES, O. T. (1924). Longitudinal profiles of the Upper Towy drainage system. *Quarterly Journal Geol. Society of London*, 80: 568-609 (republicado in "Rivers and river terraces", by Dury, G. H., organizador, MacMillan, Londres, 1970, pp. 72-94), 1924.
- JOVANOVIĆ, P. S. *Les profils fluviaux en long, leurs formes et leur genèse*. Paris, 192 pp. 1940.
- KESSELI, JOHN E. The concept of graded river. *Journal of Geology*, 49: 561-588, 1941.
- LANGBEIN, W. B. e LEOPOLD, L. B. Quasi-equilibrium states in channel morphology. *American Journal of Science*, 262 (6): 782-794, 1964.
- LEOPOLD, LUNA B. Downstream changes of velocity in rivers. *American Journal of Science*, 251 (8): 606-624, 1953.
- LEOPOLD, L. B. e LANGBEIN, W. B. The concept of entropy in landscape evolution. *U.S. Geol. Survey Professional Paper*, (500-A): 1-20, 1962.
- LEOPOLD, L. B. e LANGBEIN, W. B. Association and indeterminacy in Geomorphology, in "The fabric of Geology" (Albritton, C.C., editor), Freeman, Cooper and Co., Stanford, California, 1963, pp. 184-192.
- LEOPOLD, L. B. e MADDOCK, THOMAS Jr. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. *U.S. Geol. Survey Professional Paper* (252): 1-57, 1953.
- LEOPOLD, L. B., WOLMAN, M. G. e MILLER, J. P. *Fluvial processes in Geomorphology*. W. F. Freeman and Co., San Francisco, 1964, 522 pp.
- LEWIS, W. V. Les profils fluviaux en long, leurs formes et leur genèse. *Geographical Journal*, 110 (1): 120-122, 1947.
- MACKIN, J. HOOVER. Concept of the graded river. *Bull. Geol. Soc. America*, 59: 463-512, 1948.
- POWELL, JOHN W. *Exploration of the Colorado river of the West and its tributaries*. Smithsonian Institution, Washington, 1875.
- SMART, J. S. Channel networks. *Advances in Hydroscience*, 8: 305-346, 1972.
- STRAHLER, A. N. Equilibrium theory of erosional slopes approached by frequency distribution analysis. *American Journal of Science*, 248 (10): 673-696 e 248 (11): 800-814, 1950.
- STRAHLER, A. N. Dynamic basis of Geomorphology. *Geol. Soc. America Bulletin*, 63: 923-938, 1952.
- TRICART, J. e CAILLEUX, A. *Le modelé des régions chaudes: forêts et savanes*. S.E.D.E.S., Paris, 1965, 322 pp.
- VALVERDE, O. e DIAS, C. VERGOLINO. *A rodovia Belém-Brasília*. Fundação I.B.G.E., Rio de Janeiro, 1968, 360 pp.
- WOLMAN, M. G. The natural channel of Brandywine Creek, Pennsylvania. *U.S. Geol. Survey Professional Paper* (271): 1-56, 1955.
- WOLMAN, M. G. e MILLER, J. P. Magnitude e frequência das forças nos processos geomorfológicos. *Notícia Geomorfológica*, 14 (27-28): 3-43, 1974.
- YANG, CHIH TED. Potential energy and stream morphology. *Water Resources Research*, 7 (2) 311-322, 1971.
- YANG, CHIH TED. Unit stream power and sediment transport. *Proceedings of the ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, 98 (10): 1805-1826, 1972.
- YANG, C. T. e STALL, J. B. Unit stream power in dynamic stream systems in "Fluvial Geomorphology" (Morisawa, M., editor). Publications in Geomorphology, State University of New York, Binghamton, 1973, pp. 285-297.