

PRÁCTICO III

1. Calcular las integrales de $z(z-1)$ y de $Re(z)$ a lo largo de los segmentos $[0, 1+i]$, $[0, 1]$ y $[-1, 1+i]$.
2. Calcular la integral de $f(z) = \frac{1}{z+2i}$ a lo largo de la curva $\gamma(t) := te^{it}$ con $t \in [0, \frac{3\pi}{2}]$.
3. Calcular la integral de $f(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{z^n}$ a lo largo de la curva $\gamma(t) := e^{it}$ con $t \in [0, 2\pi]$.
4. Calcular la integral de $f(z) = \frac{\text{sen } z}{z^3}$ a lo largo de la curva $\gamma(t) := e^{it}$ con $t \in [0, 2\pi]$.
5. Calcular la integral de $f(z) = \frac{5z - 2}{z(z - 1)}$ a lo largo de la circunferencia de centro 0 y radio 3.
6. Calcular la integral de $f(z) = \frac{1}{(1 - z)^3}$ a lo largo de las circunferencias de centro 0 y radio mayor que 2 (resp.: de centro 0 y radio $\frac{1}{2}$, de centro -1 y radio $\frac{1}{2}$).
7. Calcular la integral de $f(z) = \frac{e^z}{1 - z)^3}$ a lo largo de las circunferencias de centro 1 y radio $\frac{1}{2}$.
8. Calcular la integral de $f(z) = \frac{e^z}{z(z - 1)(z - 2)}$ a lo largo de la circunferencia de centro 1 y radio $\frac{1}{2}$.
9. Sea P un polinomio de grado $n \geq 1$ y $R > 0$ suficientemente grande tal que $P(z) \neq 0$ para todo $|z| \geq R$. Sea $\gamma(t) = Re^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$. Probar que la integral de $\frac{P'(z)}{P(z)}$ a lo largo de la circunferencia γ vale $2\pi in$.
10. Sea $\varphi : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{C}$, $\varphi(t) := \cos^2(t)e^{it}$. Calcular el índice $n(\varphi, \frac{1}{2})$.
11. Sea $\varphi : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{C}$, $\varphi(t) := 2\cos(t) + i\text{sen}(t)$. Calcular el índice $n(\varphi, 0)$.
12. Determinar un real a para que la función $f(z) := (\frac{1}{z} + \frac{a}{z^3})e^z$ tenga primitiva en \mathbb{C}^* .
13. Calcular la integral de $f(z) := \frac{1}{z^3 - 1}$ a lo largo de la curva parametrizada $\gamma(t) := 2t\frac{4}{\pi}e^{i(\pi/4)}$.