Ejercicios parciales años anteriores

2009

1- a) Sabiendo que el polinomio de Mac Laurin de orden 3 de f es $P(x) = -9x^3 + 8x^2 - 6x + 2$.

i) Hallar f(0), f'(0), f''(0) y f'''(0)

ii) Hallar el polinomio de Mac Laurin de orden 2 de f.

b) Calcular: $\lim_{x\to 0} \frac{1+x-e^x}{x^2}$

c) Aproximar $\sqrt{e}$ con error menor a 10^{-4}.

2- Calcular las siguientes integrales:

$$a)\int_3^5 \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}\ dx \quad b)\int x^2 cosx\ dx \quad c)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x\ dx}{\sqrt{2senx\ +1}}$$

3- Sea $(a_n)_{n\geq 0}$ *tal que*: $a_0 = 1 \quad a_{n+1} = \sqrt{4+3a_n}$

Probar que: i) es monótona creciente

ii) está acotada superiormente

iii) Deducir que converge y calcular su límite

4- a) Sea $A_n = a_1 + a_2 + .. + a_n = \frac{2n}{4n+5} \quad \forall n \geq 1$

Clasificar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *y en caso de convergencia calcular su suma*

b) Sea $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n}$

Clasificar la serie y en caso de convergencia calcular su suma. Fundamente

2010

5- Sabiendo que el desarrollo de Mac Laurin de e^x de orden n es:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + r_n(x)$$

a) Hallar el desarrollo de Mac Laurin de e^{-x^2} de orden 8 y expresar el resto de Lagrange de orden 8.

b) Calcular el siguiente límite usando desarrollo de Mac Laurin:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{-x^2} - cosx + \frac{x^2}{2}}{x^4}\right)$$

c) Aproximar $\sqrt[4]{e}$ con error menor 10^{-5}.

6- Calcular:

$a)\ \int senx.cosx\ dx \qquad b)\int sen^2x\ dx \qquad c)\ \int x^2 senx.cosx\ dx$

7- a) Sea: $(a_n)_{n\in N} / \begin{cases} a_0 = 2 \\ a_n = \frac{\sqrt{a_{n-1}}}{2} \end{cases}$

i) Probar que $a_n \geq \frac{1}{4} \quad \forall n \in N$ ii) Probar que $(a_n) \downarrow \quad \forall n \in N$

iii) Fundamentar que $\exists \, lim a_n$ y hallarlo.

b) $Sea \ \sum_{i=0}^{i=n}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha}\right)^{n}$ Discutir según α ϵ R la convergencia de la serie. En caso de que la serie sea convergente, calcular su suma.

2011

8- a) Calcular el siguiente límite (discutiendo según $\alpha \epsilon R^+$)

$$\lim_{x\to 0}\frac{L(1+x)-x+\frac{x^2}{2}}{x^{\alpha}} \qquad \alpha \epsilon R^+$$

b) Aproximar $L\left(\frac{9}{8}\right)$ con error menor a 10^{-5}.

9- (a) Demostrar que la sucesión cuyo término general es: $a_n = n^2 + (-1)^n n^2$ es no acotada y hallar por lo menos un valor de n / a_n>2000000.

(b) Demostrar que $\lim_n\left(\frac{2n-3}{n+1}\right) = 2$ y hallar $n_0 \in N/a_n \ \in E_{2,\frac{1}{1000}} \ \forall n \geq n_0$

10- (a) Dada la serie: $\frac{2}{5}+\frac{4}{25}+\frac{8}{125}+\cdots$

i) Hallar las primeras cinco sumas parciales y probar que es convergente.

ii) Hallar la suma de la serie.

(b) Dada la serie: $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{(n+1)(n+3)}$

i) Clasificar la serie y en caso de convergencia hallar su suma.

2012

11- Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_e^{e^2}\frac{1}{x\big(log(x)\big)^2}dx$

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}\mathrm{sen}(x)dx$

c) $\displaystyle\int\frac{x^2}{(x-1)(x^2+2)}dx$

12- **a)** Clasifica la serie cuyo término general se da a continuación y en caso de convergencia halla su suma (determina a partir de qué número natural tiene sentido definir la serie): $a_n = \left(\frac{3}{5^n}+\frac{1}{2^n}-\frac{1}{n(n+1)}\right)$

b) Enuncia y demuestra los criterios de clasificación usados en la parte (a)

13- **a)** Prueba que $a_n = \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$ y $b_n = \frac{1}{n} L\left(\frac{n+1}{n}\right)$ son infinitésimos equivalentes.

b) Enuncia las propiedades usadas para probar (a) y demuestra dos de ellas.

14- **a)** Estudia monotonía y acotación de:

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$$

b) Considera la sucesión cuyo término general es: $x_n = \frac{n}{n^2+1}$

Prueba que el $\lim_n x_n = 0$ y determina cuántos términos de la sucesión quedan fuera del $E^*\left(0, \frac{1}{1000}\right)$.

15- **a)** Clasifica la siguiente serie y en caso de convergencia acota su suma, discute según $\alpha \in R$:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^{\left(\frac{\alpha}{3}\right)}}$$

b) Usando el criterio de D'Alembert clasifica la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{n^n}{n!}$