

# Modulación y procesamiento de señales

## Examen – Curso 2013

Tecnólogo en Telecomunicaciones - FING/CURE  
Universidad de la República

19 de julio de 2013

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de las hipótesis.

### Pregunta

- Definir estabilidad BIBO (entrada acotada - salida acotada) para un sistema en tiempo discreto con entrada  $x$  y salida  $y$
- Enunciar la condición necesaria y suficiente de estabilidad BIBO para sistemas lineales invariantes en el tiempo
- Estudiar estabilidad para los siguientes sistemas. en condiciones de estabilidad calcular una cota  $B_y$  para la salida dada la cota  $B_x$  para la entrada.

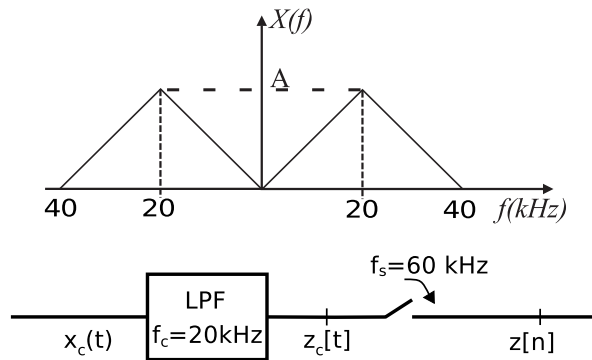
1.  $y[n] = x[n] + \alpha y[n - 1]$

2.  $y[n] = x[8n]$

### Problema 1

Sea el proceso de tiempo continuo  $x_c(t)$  de media nula con  $|x_c(t)| \leq 1$  y densidad espectral de potencia  $G_{x_c}(f)$  como se muestra en la figura. Este proceso pasa por un filtro pasabajos ideal  $H_c(f)$  de frecuencia de corte  $f_c = 20 \text{ kHz}$  y se muestrea a  $f_s = 60 \text{ kHz}$ .

- Graficar densidades espectrales de potencia de  $z_c(t)$  y  $z[n]$  respectivamente.



- (b) Dada las características del filtro ¿que frecuencia de muestreo  $f'_s$  deberíamos haber utilizado para poder reconstruir  $x_c(t)$  a partir de la señal  $z[n]$ ?

A partir de la secuencia  $z[n]$ , se pretende modificar la frecuencia de muestreo por un racional  $L/M$  para corregir la frecuencia de muestreo a la deseada ( $f'_s$ ). Llamaremos  $y[n]$  a dicha señal.

- (c) Dar diagrama de bloques de un sistema que implemente este cambio en la frecuencia de muestreo.
- (d) Graficar densidad espectral de potencia en cada uno de los puntos intermedios del sistema anterior.

Se desea enviar  $y[n]$  utilizando un sistema de transmisión PCM M-ario con una relación señal a ruido en detección de al menos  $36 \text{ dB}$ . El canal utilizado posee un ancho de banda  $B_T = 50 \text{ kHz}$ , introduce ruido con una densidad de potencia  $\eta = 1 \times 10^{-8} \text{ watts/Hz}$  y produce una atenuación  $L = 2$ . Se tiene que  $S_y = 0.3$ .

- (e) Indicar los valores de  $q$ ,  $m$  y  $n$  del sistema.
- (f) Indicar la mínima potencia de transmisión para que el sistema PCM funcione.

## Problema 2

Considere una fuente aleatoria binaria con valores “0” y “1” equiprobables e independientes entre si. Se generan símbolos a una tasa  $r_b = 1/T_b = 1.5 \text{ Mbps}$ . La fuente se codifica en forma polar  $\{a_k\} = \{0; A\}$  y se conforma con pulsos de la forma:

$$p(t) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi t}{T_b}) & |t| < \frac{T_b}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Encontrar una expresión para la densidad espectral de potencia de la onda conformada.

Se dispone de un enlace de cable que se quiere utilizar para la transmisión de la señal anterior. Se supondra que el cable introduce ruido en las hipótesis habituales con  $\eta = 10^{-9} \text{ watts/Hz}$ . Se dispone de un canalpasabanda de ancho de banda de  $B_0 = 200 \text{ kHz}$  centrado en una frecuencia  $f_c \gg B_T$ .

- (b) Calcule el ancho de banda necesario para usar ASK binario (OOK) y muestre que no es posible transmitir los datos de entrada a la tasa  $r_b$  utilizando todo el ancho de banda disponible con dicho sistema de modulación.
- (c) Suponga que puede disponer de todo el ancho de banda necesario. Calcule la mínima energía de bit necesaria para obtener una  $P_e < 10^{-5}$ .

Para poder enviar los datos de entrada en el canal disponible se requiere entonces, utilizar una modulación digital pasabanda  $M$ -aria. El transmisor almacena en tiempo real los datos binarios de entrada y los transmite codificados en  $M$ -PSK

- (d) Calcule el mínimo  $M$  necesario para utilizar un sistema  $M$ -PSK con el ancho de banda disponible.
- (e) Calcule la eficiencia espectral y el ancho de banda requerido para el sistema resultante.
- (f) Dibuje la constelación del sistema.
- (g) Indique cual es la energía de bit necesaria para obtener una probabilidad de error  $P_e < 10^{-5}$ .

# Solución

## Pregunta

(a)

(b)

## Problema 1

(a)

(b)

(c)

(d)

$$\lambda = \frac{a_0 + a_1}{2} + \frac{2\sigma_{r_{ruido}}^2}{a_1 - a_0} \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

Como  $a_0 = -A$ ,  $a_1 = A$ ,  $\sigma_{r_{ruido}}^2 = \eta B_T$  y  $p_1 = \mathbf{p}$  resulta:  $\lambda = \frac{\eta B_T}{A} \ln\left(\frac{1-p}{p}\right)$ .

(e)

(f) Ver teórico.