

Modulación y Procesamiento de Señales

Examen Julio – Curso 2012

Tecnólogo en Telecomunicaciones - FING/CURE
Universidad de la República

19 de julio de 2012

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas. Utilice únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de las hipótesis.

Pregunta

- Enuncie la condición necesaria y suficiente de estabilidad de sistemas en tiempo discreto lineales e invariantes en el tiempo.
- Demuéstrelo justificando detalladamente cada paso.

Problema 1

Los sistemas de telefonía fija buscan transmitir señales de voz utilizando el menor ancho de banda posible, de tal manera que ésta sea inteligible y los interlocutores puedan ser reconocidos. Empíricamente, este ancho de banda está comprendido entre las frecuencias 300 Hz – 3.4 kHz.

- Enuncie el teorema del muestreo.
- Determine la menor frecuencia de muestreo f_s a la cual puede trabajar un sistema de telefonía fija.

Debido a la no idealidad de los filtros utilizados, este tipo de sistemas utiliza una frecuencia de muestreo de $f_s = 8kHz$. Se trabajará con esta frecuencia de muestreo. Suponga que luego del filtrado, se obtiene el siguiente espectro para una señal de voz $x(t)$ dada:

$$X(f) = (A/f_s) \bigwedge \left(\frac{f}{2kHz} \right) * \{ \delta(f - 2kHz) + \delta(f + 2kHz) \}$$

- (c) Realice un diagrama de bloques que represente el modelo matemático del proceso de muestreo. Explique brevemente el funcionamiento de cada bloque.
- (d) Dé una expresión y realice un bosquejo para el espectro de la señal a la salida de cada bloque. Recuerde que la señal a la entrada del filtro no es conocida a priori.

Un Tecnólogo en Telecomunicaciones inexperto, concluye que la frecuencia de muestreo utilizada para capturar las señales de voz es muy grande y decide disminuirla a la mitad con el objetivo de liberar memoria en los servidores de una empresa que almacena conversaciones realizadas en el último mes.

- (e) Proponga un método para realizar lo propuesto por el Tecnólogo y realice un diagrama de bloques, explicando brevemente el funcionamiento de cada bloque.
- (f) Dé una expresión y realice un bosquejo del espectro a la salida de cada uno de los bloques del diagrama anterior para el caso de la señal de voz $x(t)$ brindada.
- (g) Encuentre la señal reconstruida $x_r(t)$ que se obtendría a partir de un proceso de reconstrucción ideal a la frecuencia $f'_s = f_s/2$ de la señal $x(t)$, si la misma sufre el proceso propuesto por el operario. ¿Qué le diría al Tecnólogo respecto de su decisión?

Problema 2

Se desea enviar una señal $x(t)$ utilizando un sistema PCM M-ario que presente una calidad en la señal analógica transmitida de 60 dB ($\text{SNR}_D = 60$ dB). La señal $x(t)$ está normalizada de modo tal que $|x(t)| < 1$ y tiene una autocorrelación $R_x(\tau) = \text{sinc}^2(W_x\tau)$ con $W_x = 5$ kHz. El canal cumple con las hipótesis habituales, tiene un ancho de banda $B_T = 15$ kHz, una densidad de potencia de ruido $\eta = 10^{-6}$ W/Hz y presenta una atenuación $L = 5$ en potencia.

- (a) Dar el diagrama de bloques de un sistema PCM M-ario (transmisor y receptor). Explicar la función de cada uno de los bloques.
- (b) Hallar y bosquejar la densidad espectral de potencia $G_x(f)$ del proceso $x(t)$. Determinar su ancho de banda.
- (c) Determinar la mínima frecuencia de muestreo f_s utilizable.
- (d) Determine el mayor valor posible para el número de dígitos n con el ancho de banda disponible para el caso en que se utiliza la mínima frecuencia de muestreo posible.
- (e) Determine el valor más chico posible para la codificación M y los niveles de cuantificación q , de modo de lograr la SNR_D pedida utilizando la frecuencia calculada en (c) y el número de dígitos calculado en (d). Asuma que se cumple que la probabilidad de error es $P_e \ll 1/4q^2$.
- (f) Bosquejar la relación señal a ruido en detección, SNR_D , en función de la la relación señal a ruido en recepción, SNR_R , para valores de niveles de cuantificación q_1 y q_2 tales que $q_1 > q_2$. Indicar, justificando, el punto de trabajo óptimo en el caso del sistema propuesto.

Para transmitir por el canal se utiliza señalización polar y pulsos rectangulares. Se recibe con un filtro pasabajos de ancho de banda $B_R = B_T = 15$ kHz.

- (g) Calcular la potencia mínima de transmisión, S_T^{min} , que garantice que SNR_D deseada trabajando en el punto óptimo indicado en la parte (f).